

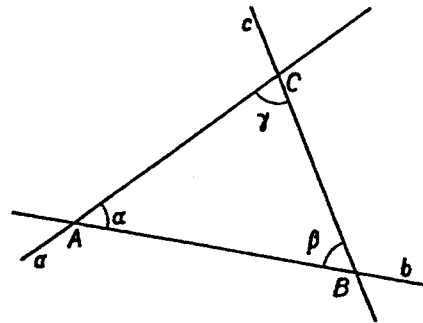
3 PLANIMETRIE

*Stačí je přivyknout k práci a více bez ní
nemůžeme žít. Všechno na tomto světě
závisí od práce.*

Lidová moudrost

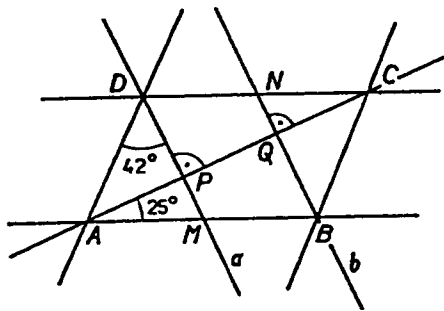
SHODNOST TROJÚHELNÍKŮ

1. Užitím geometrických symbolů zapište body, přímky, polopřímky, úsečky, roviny, poloroviny a úhly, které jsou vyznačeny na obr. 3.1.



Obr. 3.1

2. a) Zapište vzájemné polohové vztahy mezi přímkami na obr. 3.2.
b) Zdůvodněte a zapište, které úsečky jsou na obr. 3.2 shodné.
c) Zdůvodněte a zapište, které úhly jsou na obr. 3.2 shodné.
3. Sestrojte dvojice daných trojúhelníků. Zapište, podle které věty o shodnosti trojúhelníků jsou shodné.
- a) $\triangle ABC$; $a = 2,5$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm
 $\triangle A_1B_1C_1$; $a_1 = 2,5$ cm, $b_1 = 4$ cm, $c_1 = 5$ cm
- b) $\triangle A_1B_1C_1$; $a_1 = 5$ cm, $b_1 = 7$ cm, $\gamma_1 = 60^\circ$
 $\triangle A_2B_2C_2$; $a_2 = 5$ cm, $b_2 = 7$ cm, $\gamma_2 = 60^\circ$
- c) $\triangle ABC$; $a = 6$ cm, $\beta = 47^\circ$, $\gamma = 75^\circ$
 $\triangle A'B'C'$; $a' = 6$ cm, $\beta' = 47^\circ$, $\gamma' = 75^\circ$



Obr. 3.2

d) $\triangle A_0B_0C_0$; $c_0 = 10$ cm, $b_0 = 5$ cm, $\gamma_0 = 90^\circ$
 $\triangle ABC$; $c = 10$ cm, $b = 5$ cm, $\gamma = 90^\circ$

4. V následujících úlohách запиšte velikosti prvků trojúhelníků, které mají být shodné s trojúhelníky danými. (Pro usnadnění práce si udělejte náčrty.)

a) $\triangle ABC \cong \triangle MNP$; $\triangle ABC$: $|AB| = 6$ cm, $|\sphericalangle BAC| = 30^\circ$,
 $|\sphericalangle ABC| = 45^\circ$

b) $\triangle KLM \cong \triangle PQR$; $\triangle KLM$: $|LM| = 7$ cm, $|LK| = 4$ cm,
 $|KM| = 6$ cm

c) $\triangle XYZ \cong \triangle EDF$; $\triangle XYZ$: $|\sphericalangle YXZ| = 90^\circ$, $|XY| = 2$ cm,
 $|XZ| = 8$ cm

d) $\triangle RST \cong \triangle ABC$; $\triangle RST$: $|\sphericalangle RST| = 120^\circ$, $|RT| = 10$ cm,
 $|TS| = 3$ cm

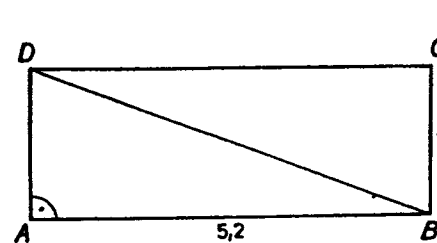
5. a) Zopakujte si vlastnosti útvarů znázorněných na obr. 3.3 a pomocí symboliky je запиšte.
 b) Dokažte shodnost vyznačených trojúhelníků.

6. Útvary na obr. 3.4 rozdělte pomocí průsvítky vhodně vedenými úsečkami na nejmenší počet nepřekrývajících se trojúhelníků. Užitím vět o shodnosti trojúhelníků obrazce přesně přeneste do sešitu.

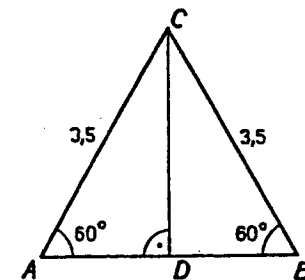
7. Sestrojte dané trojúhelníky. Zapište věty o shodnosti trojúhelníků, které při konstrukci používáte.

a) $\triangle PQR$; $|PQ| = 7$ cm, $|QR| = 11$ cm, $|\sphericalangle PQR| = 65^\circ$

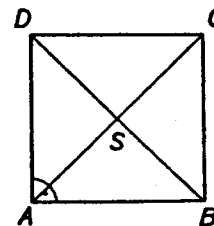
b) $\triangle MNP$; $p = 6,5$ cm, $m = 8$ cm, $n = 10$ cm



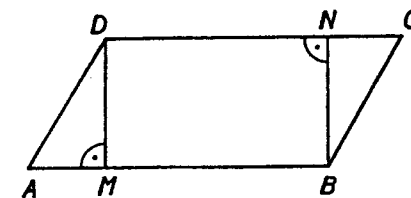
a) $\triangle ABD \cong \triangle CDB$



b) $\triangle ADC \cong \triangle BDC$

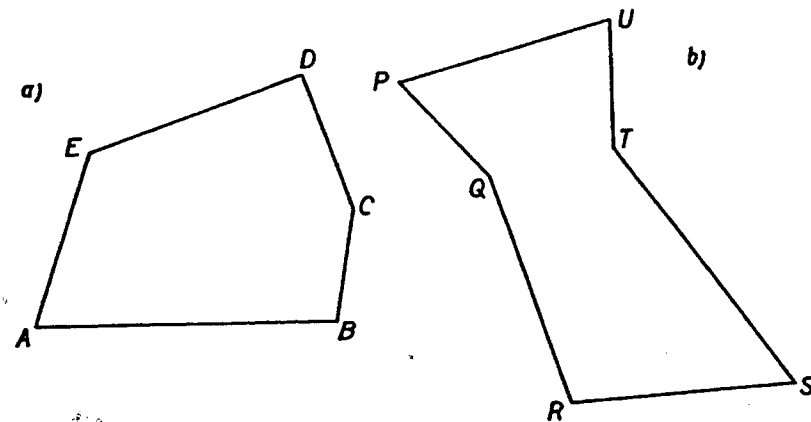


c) $\triangle ABS \cong \triangle CDS$



d) $\triangle AMD \cong \triangle CNB$

Obr. 3.3

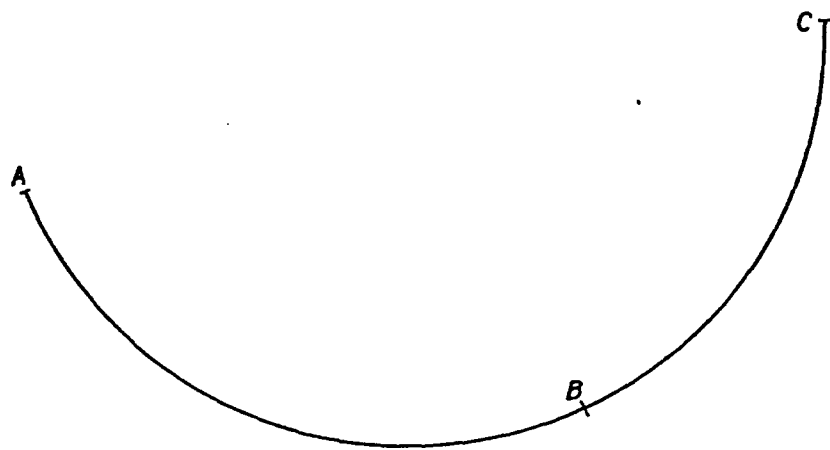


Obr. 3.4

c) Pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C ;
 $|\sphericalangle CAB| = 37^\circ$, $b = 5$ cm.

TROJÚHELNÍKY

49. Jak rozdělujeme trojúhelníky podle a) stran; b) úhlů? Načrtněte je a uveďte jejich základní vlastnosti.
50. Sestrojte dané trojúhelníky ABC (zopakujte si trojúhelníkovou nerovnost a větu o součtu vnitřních úhlů v trojúhelníku):
- $a = 7$ cm, $b = 11$ cm, $c = 5$ cm
 - $a = 7$ cm, $b = 2$ cm, $c = 4,5$ cm
 - $a = 7$ cm, $b = 2$ cm, $c = 5$ cm
 - $c = 5$ cm, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 100^\circ$
 - $c = 5$ cm, $\alpha = 89^\circ$, $\beta = 110^\circ$
 - $c = 5$ cm, $\alpha = 89^\circ$, $\beta = 91^\circ$
51. Užitím trojúhelníkové nerovnosti rozhodněte, existují-li dané trojúhelníky ABC :
- $a = 65$ m, $b = 82$ m, $c = 101$ m
 - $a = 50$ m, $b = 20$ m, $c = 29$ m
 - $a = 13,2$ m, $b = 5,59$ m, $c = 6,11$ m
 - $a = 0,3$ km, $b = 0,42$ km, $c = 510$ m
 - $a = 210$ m, $b = 190$ m, $c = 0,4$ km
 - $a = 3\,200$ mm, $b = 400$ cm, $c = 72$ dm
 - $a = 4$ m, $b = 5\,000$ mm, $c = 0,007$ km
 - $a = 5$ cm, $b = 2a$, $c = 3a$
52. V trojúhelníku ABC určete velikosti zbývajících vnitřních úhlů, jestliže:
- $\alpha = 52^\circ$, $\beta = 41^\circ$
 - $a = b = c = 5$ cm
 - $a = b = 10$ cm, $\gamma = 62^\circ$
 - $b = c = 7$ cm, $\beta = 80^\circ$
 - $\alpha = 67^\circ 20'$, $\beta = 41^\circ 25'$
 - pravoúhlý trojúhelník, $\beta = 21,5^\circ$
 - pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník
 - $\beta = 31^\circ 20'$, $\gamma = 112,6^\circ$
53. Určete velikosti všech vnitřních úhlů:
- v kosočtverci $ABCD$, je-li $|\sphericalangle ABD| = 55^\circ 10'$,
 - v pravidelném pětiúhelníku $ABCDE$.
54. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li $|AB| = 6$ cm, $|\sphericalangle CAB| = 40^\circ$, $|\sphericalangle ABC| = 60^\circ$. Určete velikosti všech jeho vnějších úhlů.
55. Velikost ostrého úhlu úhlopříček v obdélníku $ABCD$ se středem S je $43,4^\circ$. Vypočtete velikosti všech vnitřních úhlů, které sestavením úhlopříček v obdélníku vzniknou.
56. V trojúhelníku ABC ($a = 6$ cm, $b = 7$ cm, $c = 8$ cm) sestrojte střední příčky. Měřením se přesvědčte o jejich vlastnostech.
57. Sestrojte dané trojúhelníky ABC . Vyznačte v nich všechny výšky; v každé úloze změřte výšku příslušnou ke straně b a vypočtete obsah trojúhelníku.
- $a = 8$ cm, $\gamma = 60^\circ$, $b = 9$ cm
 - $a = 4$ cm, $\gamma = R$, $b = 3$ cm
 - $\alpha = 120^\circ$, $c = 6$ cm, $b = 8$ cm
58. V trojúhelníku ABC ($c = 10$ cm, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$) sestrojte všechny těžnice. Vyslovte větu o poloze těžiště v trojúhelníku.
59. Sestrojte pravoúhlé trojúhelníky ABC s přeponou c , je-li dáno:
- $a = 6$ cm, $b = 5$ cm
 - $a = 7$ cm, $\beta = 60^\circ$
 - $a = 7$ cm, $v_a = 3$ cm
 - $v_a = 5,5$ cm, $v_b = 4,2$ cm
- V těchto trojúhelnících sestrojte těžnice příslušné k přeponě. Měřením zjistěte, co platí o délce těžnic.
60. Sestrojte vepsané a opsané kružnice všem trojúhelníkům z úlohy 59.
61. Sestrojte trojúhelníky a vepište jim kružnice:
- $\triangle ABC$; $a = 8$ cm, $b = 6,5$ cm, $\gamma = 60^\circ$
 - $\triangle KLM$; $k = l = m = 6$ cm
 - $\triangle CDE$; $c = 6$ cm, $|\sphericalangle CDE| = 120^\circ$, $e = 5,5$ cm
 - $\triangle ABC$; $a = b = 4,8$ cm, $\gamma = 110^\circ$
62. Určete graficky poloměr a středový úhel kruhového oblouku ABC v obr. 3.17.
63. Narýsujte plán pole v měřítku 1 : 10 000, víte-li, že jeho dvě sousední strany o délkách 300 m svírají úhel 75° a úhlopříčka ležící proti tomuto úhlu půlí úhly při vrcholech, jimiž prochází. Jaký tvar má pole?



Obr. 3.17

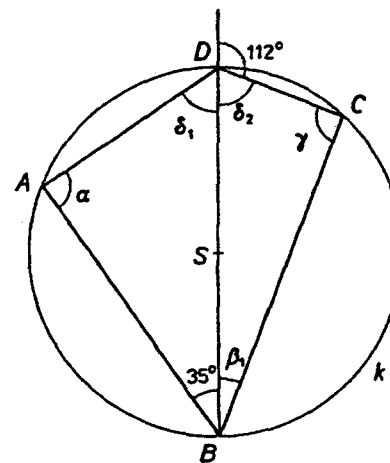
64. Narýsujte plánec pozemku $ABCD$ v měřítku 1 : 10 000, jsou-li změřeny tyto údaje: $|AB| = 700$ m, $|AD| = 300$ m, $|BD| = 600$ m, $|\sphericalangle BDC| = 60^\circ$, $|\sphericalangle ABC| = 45^\circ$.

THALETOVA VĚTA. STŘEDOVÉ A OBVODOVÉ ÚHLY

65. a) Vyslovte Thaletovu větu. Její znění doprovodte obrázkem.
b) Určete vlastnosti středových a obvodových úhlů. (Udělejte náčrt.)
66. Sestrojte rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník ABC s přeponou délky $|AB| = 11$ cm. Při konstrukci využijte Thaletovu větu.
67. Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC s přeponou délky $|AB| = 5$ cm, má-li výšku příslušnou k přeponě
- a) 2,5 cm, b) 2 cm, c) 3 cm.
68. Sestrojte pravoúhlé trojúhelníky ABC s přeponou c , je-li dáno:
- a) $c = 8$ cm, $\alpha = 50^\circ$ b) $c = 6$ cm, $a = 4$ cm
c) $c = 9$ cm, $v_c = 3,9$ cm

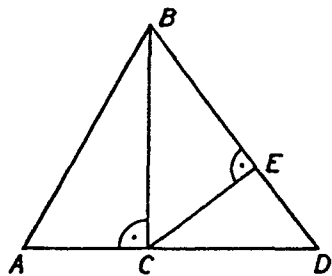
V každém trojúhelníku sestrojte těžnici příslušnou k přeponě. Zopakujte si, jaký je vztah mezi délkou těžnice a přepony. Zdůvodněte.

69. Sestrojte čtyřúhelník $ABCD$, jehož úhlopříčka BD délky $|BD| = 8$ cm prochází středem kružnice čtyřúhelníku opsané, $|AB| = 2$ cm, $|BC| = 6$ cm.
70. Sestrojte čtyřúhelník $ABCD$, který má dva protější úhly při vrcholech B, D pravé. Délka úhlopříčky $|AC| = 6$ cm, $|\sphericalangle CAD| = 30^\circ$ a $|AB| = |BC|$.
71. V kružnici $k(S; r = 4$ cm) sestrojte středový úhel o velikosti $|\sphericalangle ASB| = 90^\circ$. Vyznačte barevně oblouk k němu příslušný. Na tomto oblouku zvolte libovolně body V_1, V_2, V_3 . Změřte velikosti obvodových úhlů AV_1B, AV_2B, AV_3B . Co platí o jejich velikostech?
72. Zadáni z minulé úlohy obměňte tak, že sestrojíte středový úhel ASB o velikosti 270° . Dále postupujte stejně.
73. Ve čtyřúhelníku na obr. 3.18 určete velikost všech úhlů označených řeckými písmeny.



Obr. 3.18

74. Šířka hokejové branky je 1,80 m. V měřítku 1 : 100 narýsujte oblouky, z nichž ji hokejista vidí pod úhlem velikosti 45° a 60° .

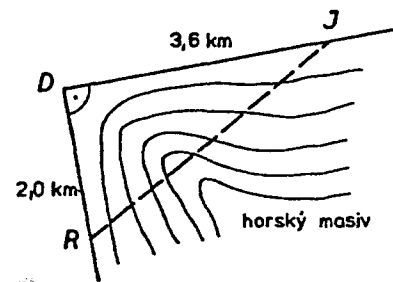


Obr. 3.20

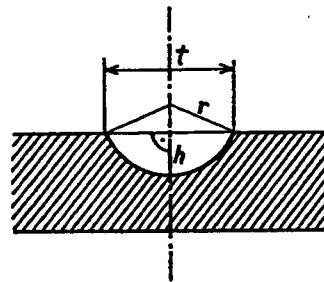
PYTHAGOROVA VĚTA

99. a) Zapište všechny pravouhlé trojúhelníky v obr. 3.20.
 b) Pomocí Pythagorovy věty zapište vztahy pro výpočet délek přepon všech pravouhlých trojúhelníků v obr. 3.20.
 c) Pomocí Pythagorovy věty zapište vztahy pro výpočet délek odvěsen všech pravouhlých trojúhelníků v obr. 3.20.
100. Vypočtete délky zbývajících stran pravouhlých trojúhelníků ABC s pravým úhlem při vrcholu C :
- a) $a = 3$ m, $b = 4$ m b) $c = 13$ cm, $b = 12$ cm
 c) $c = 1$ dm, $a = 6$ cm d) $c = 26$ mm, $b = 24$ mm
101. Vypočtete délky zbývajících stran daných trojúhelníků:
- a) $\triangle KLM$: $\sphericalangle LKM = 90^\circ$, $|KM| = 1,5$ m, $|KL| = 2$ m;
 b) $\triangle PQR$: $\sphericalangle QPR = 90^\circ$, $|PQ| = 0,1$ m, $|QR| = 0,26$ m;
 c) $\triangle XYZ$: $\sphericalangle YXZ = 90^\circ$, $|XZ| = 2,4$ km, $|YZ| = 2,6$ km;
 d) $\triangle EFG$: $\sphericalangle FEG = 90^\circ$, $|EF| = 0,48$ m, $|EG| = 64$ cm.
102. Jak dlouhé úhlopříčky má obdélník $ABCD$, jehož strany mají délky $|AB| = 2,5$ dm, $|BC| = 14$ cm?
103. Odvoďte vzorec pro výpočet úhlopříčky čtverce, je-li dána délka jeho strany a .
104. Jaká je délka strany kosočtverce, jehož úhlopříčky jsou $e = 31,6$ dm, $f = 3,98$ m? Vypočtete obvod a obsah kosočtverce.

105. Vypočtete obvod pravouhlého lichoběžníku $ABCD$ s pravým úhlem při vrcholech A, D , jestliže $|AB| = 15,0$ cm, $|AD| = 2,0$ cm, $|CD| : |AB| = 1 : 5$.
106. Určete výšku rovnoramenného trojúhelníku ABC , je-li délka jeho základny 4,6 cm a délka jeho ramene 9,7 cm. Odhadněte jeho obsah.
107. Pole má tvar rovnostranného trojúhelníku o délce strany 1 km. Jak je dlouhá nejdelší přímá meliorační brázda, která je kolmou spojnicí nejvýše položeného vrcholu s protější stranou? Výsledek nejdříve odhadněte.
108. Anténní stožár je 24 m vysoký. Je upevněn čtyřmi ocelovými lany zavěšenými 1,5 m pod nejvyšším bodem stožáru a ukotvenými na zemi ve vrcholech čtverce o délce strany 12 m. Stožár je vztyčen ve středu tohoto čtverce. Vypočtete celkovou délku ocelových lan, jestliže na upevnění každého z nich je nutno přidat 1,1 m. Načrtněte.
- *109. Odvoďte obecný vzorec pro výpočet výšky v rovnostranném trojúhelníku, je-li dána délka jeho strany a .
- *110. Odvoďte obecný vzorec pro výpočet obsahu rovnostranného trojúhelníku, znáte-li délku jeho strany a . Využijte výsledek z úlohy č. 109.
111. Vypočtete nejkratší vzdálenost mezi vesnicemi J, R podle nákresu na obr. 3.21.



Obr. 3.21



Obr. 3.23

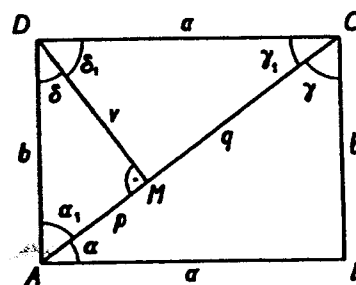
ŘEŠENÍ PRAVOÚHLÉHO TROJÚHELNÍKU

119. A. Načrtněte pravoúhlý trojúhelník s pravým úhlem při vrcholu C . Zapište:

- vztahy pro výpočet délky přepony c a délek odvěsen a , b pomocí Pythagorovy věty;
- vztahy pro výpočet $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{cotg} \alpha$, $\sin \beta$, $\cos \beta$, $\operatorname{tg} \beta$, $\operatorname{cotg} \beta$.

B. V obělníku $ABCD$ (obr. 3.24) zapište:

- pomocí Pythagorovy věty vztahy pro výpočet délek stran v $\triangle CMD$; v $\triangle AMD$; v $\triangle ABC$,
- vztahy určující $\sin \alpha_1$, $\cos \gamma_1$, $\operatorname{tg} \gamma$, $\operatorname{cotg} \alpha$, sinus, kosinus, tangens a kotangens $|\sphericalangle MDC|$.



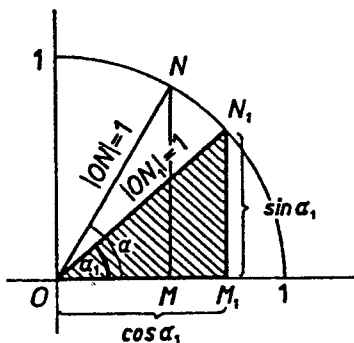
Obr. 3.24

120. Sestrojte čtvrtkružnici o poloměru 1 dm (kružnice o poloměru rovném jednotce délky se nazývá jednotková). Podle nákresu (obr. 3.25) v ní sestrojte libovolné úhly α ; ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$) a měřením délek příslušných úseček určujte přibližné hodnoty jejich goniometrických funkcí $\sin \alpha$ a $\cos \alpha$.

Návod: Určete $\sin 60^\circ$ a $\cos 60^\circ$.

Řešení: Hledané hodnoty určíme z pravouhlého trojúhelníku OMN , jehož přepona má délku 1 dm (obr. 3.25):

- a) $\sin 60^\circ = \frac{|MN|}{|ON|} = \frac{|MN|}{1} = |MN|$; $\sin 60^\circ$ má hodnotu rovnou číselné hodnotě délky úsečky MN : $\sin 60^\circ = 0,866$.
- b) $\cos 60^\circ = \frac{|OM|}{|ON|} = \frac{|OM|}{1} = |OM|$; $\cos 60^\circ$ má hodnotu rovnou číselné hodnotě délky úsečky OM : $\cos 60^\circ = 0,5$.



Obr. 3.25

121. Najděte způsob, jak v případě potřeby určit graficky přibližné hodnoty tangens α ; $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$.
122. V obr. 3.24 určete úhly a hodnoty goniometrických funkcí, které přísluší výrazům:

- a) $\frac{|AB|}{|AC|}$ b) $\frac{|CM|}{|CD|}$ c) $\frac{v}{p}$ d) $\frac{v}{q}$
- e) $\frac{|CD|}{|AC|}$ f) $\frac{p}{b}$ g) $\frac{v}{a}$ h) $\frac{b}{p+q}$

123. V obr. 3.24 změřte potřebné délky úseček a vypočtete:

- a) $\sin \gamma$; b) $\cos \alpha$; c) $\operatorname{tg} \alpha$; d) $\operatorname{cotg} \gamma$;
e) $\cos \alpha_1$ f) $\operatorname{tg} \alpha_1$ g) $\sin \delta$ h) $\operatorname{cotg} \delta$.

Pomocí matematických tabulek nebo kapesních počítaček určete ve všech případech velikosti odpovídajících ostrých úhlů. Správnost zkontrolujte měřením velikostí úhlů.

124. V pravouhlých trojúhelnících ABC s přeponou c vypočtete délky zbývajících stran, je-li dáno:

- a) $c = 20$ cm, $\alpha = 30^\circ$ b) $c = 10$ cm, $\alpha = 50^\circ$
c) $\beta = 65^\circ$, $c = 17,5$ cm d) $b = 27$ cm, $\beta = 15^\circ 40'$
e) $a = 0,5$ m, $\beta = 30^\circ$ f) $\beta = 67^\circ 20'$, $c = 1$ m
g) $c = 1$ km, $\alpha = 23^\circ 40'$ h) $b = 12$ cm, $\alpha = 47^\circ 10'$

125. Řešte pravouhlý trojúhelník ABC s přeponou c , je-li dáno:

- a) $a = 8$ cm, $c = 10$ cm b) $a = 13$ cm, $b = 10$ cm
c) $b = 75$ cm, $c = 100$ cm d) $a = 1$ m, $b = 0,92$ m
e) $b = 14,6$ cm, $c = 20,7$ cm f) $a = 0,25$ m, $c = 28$ cm
g) $a = 6$ cm, $b = 12$ cm h) $a = 100$ cm, $b = 1$ m

(Velikosti úhlů zaokrouhlete na desítky minut.)

126. Řešte pravouhlý trojúhelník, jehož výška $v = 4$ cm dělí přeponu na úseky o délkách 2 cm a 8 cm. Vypočtete jeho obsah.

127. Pravoúhlé frekventované křižovatce má být odlehčeno spojkou (viz náčrt situace na obr. 3.26). Vypočtete střední délku spojky a velikosti ostrých úhlů, které svírá osa spojky s osami silnic 1 a 2.

128. Na přímém úseku silnice je vyznačeno klesání 12%. Jaký úhel svírá směr silnice se směrem vodorovným?

129. Lesní porost je vyznačen v plánu trojúhelníkem s těmito údaji: jeho nejdelší strana měří 2,7 km a obě kratší strany s ní svírají úhly 42° a 48° . Vypočtete rozlohu lesa v km^2 .

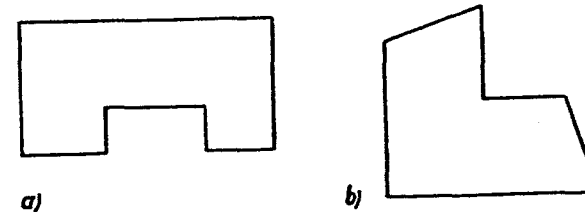
130. Průzkumná hlídka vidí vysílací stožár pod výškovým úhlem $9^\circ 30'$. Z mapy její členové určili výšku stožáru $v = 70$ m. V jaké vzdálenosti je hlídka od stožáru?

OBVOD A OBSAH MNOHOÚHELNÍKŮ

141. Narýsujte libovolný čtverec, obdélník, trojúhelník, lichoběžník, kosočtverec a kosodélník. Zapište jejich základní vlastnosti. Změřte délky významných prvků a vypočítejte obvody a obsahy těchto útvarů.
142. Vyznačte v každém útvaru z úlohy č. 141 výšku v a střední příčku s . Zdůvodněte, proč pro výpočet jejich obsahů platí stejný vztah: $S = s \cdot v$.
143. Vypočítejte délku úhlopříčky čtverce, jehož délka strany a je
a) 10 cm; b) 2,5 cm; c) 0,72 m.
144. Vypočítejte délku úhlopříčky obdélníku, jehož strany mají délky:
a) $a = 4$ cm, $b = 3$ m b) $a = 12$ cm, $b = 9$ cm
c) $a = 0,8$ dm, $b = 0,2$ dm
145. Vypočítejte délku strany čtverce, znáte-li jeho obsah:
a) 1 dm^2 b) 27 cm^2 c) $0,36 \text{ m}^2$ d) $0,04 \text{ km}^2$
146. Určete aspoň dvě možnosti délek stran obdélníku, je-li jeho obsah:
a) 1 m^2 b) 6 cm^2 c) $0,24 \text{ dm}^2$ d) $1,7 \text{ m}^2$
147. V minulosti se u nás používaly plošné míry, mezi nimiž platí tento vztah: 1 jitro = 2 korce = 3 měřice = 1 600 čtverečných sáhů = 0,6 hektaru.
a) Údejte, kolik m^2 je jitro, korec, měřice, čtverečný sáh.
b) Vypočítejte délku strany čtverce v metrech, který každá jednotka představuje.
148. Kolik čtvercových dlaždic o obsahu 121 cm^2 se musí objednat na vydláždění čtvercové místnosti o straně délky $a = 2,75 \text{ m}$? Kolik dlaždic je potřeba na jednu řadu? Předpokládejte, že dlaždice jsou kladeny těsně vedle sebe.
149. Na jeden čtverečný metr střechy je potřeba 26 ražených tašek.
a) Kolik tašek bude potřeba na střechu tvořenou dvěma stejnými obdélníky o rozměrech 8 m a 3 m?
b) Kolik tašek bude potřeba na střechu tvořenou čtyřmi shodnými rovnoramennými trojúhelníky o základně délky 4 m a výšce

2,7 m? (Odpad zanedbejte.)

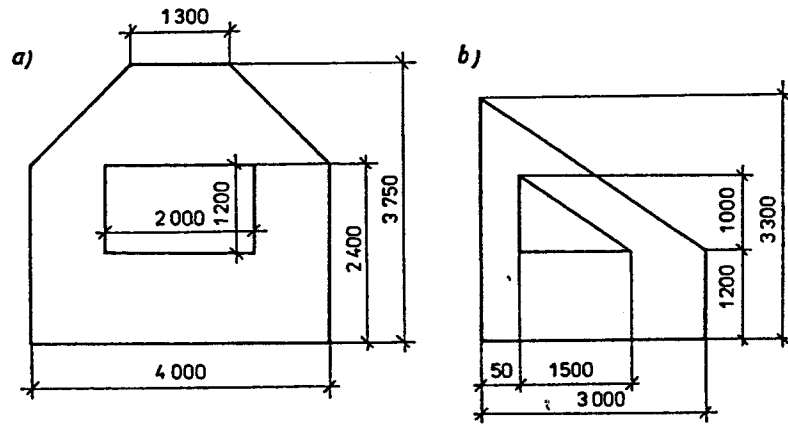
- c) Kolik tašek se musí koupit v případě b), počítá-li se s 13% odpadu?
150. Lesní dělníci mají připravit nový pozemek pro předpěstování sazenic lesních stromků. Jaké budou rozměry a rozloha pozemku, má-li mít 18 záhonů obdélníkového tvaru o šířce 1 m a délce 3 m? Mezi každými dvěma záhony se počítá s chodníkem širokým 50 cm a středem pozemku má procházet cesta 1 m široká. Záhony budou ve dvou řadách po devíti a v řadě budou sousedit delšími stranami.
151. Vraťte se k úloze 6 kapitoly Planimetrie v této sbírce. Změřte potřebné údaje a vypočítejte obvody a obsahy útvarů.
152. Vypočítejte obsah kosočtverce $ABCD$, je-li dáno:
a) $a = 16$ cm, $v = 8,9$ cm b) $|AC| = 9$ cm, $|BD| = 6$ cm
c) $a = 10$ cm, $\alpha = 55^\circ$ d) $|AB| = 5,6$ cm, $|AC| = 10$ cm
e) $|BD| = 14$ cm, $\alpha = 62^\circ$
153. Na stavebním plánu v měřítku 1 : 200 (obr. 3.29) jsou nakresleny půdorysy staveb. Vypočítejte obsahy zastavěných ploch. (Rozměry změřte, vypočítejte jejich skutečné délky.)



Obr. 3.29

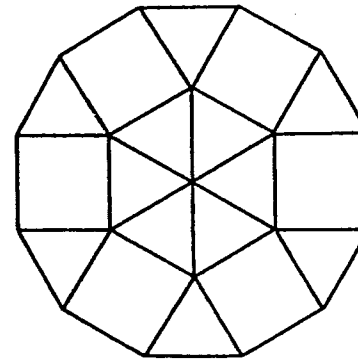
154. Při zkušebním letu letěl pilot nejdříve 450 km k severu, pak směrem východním a po určité době se vrátil v přímém směru na výchozí letiště. Jaká byla celková dráha letu, byla-li velikost úhlu dráhy posledního úseku a výchozího směru $52^\circ 30'$? (Zanedbejte zakřivení Země.)

155. Žák má z pásu plechu stříhat kosočtvercové podložky o straně 5 cm a úhlopříčce 8 cm.
 a) Zvolil správně pás plechu široký 4,5 cm? Početně zdůvodněte.
 b) Vypočítejte obsah jedné podložky.
156. Při omítání zdi je stanovena norma $2,5 \text{ m}^2$ za hodinu. Jak dlouho bude trvat omítání zdi podle plánek (obr. 3.30)? (Nepočítejte čas na úpravu okenních otvorů.)

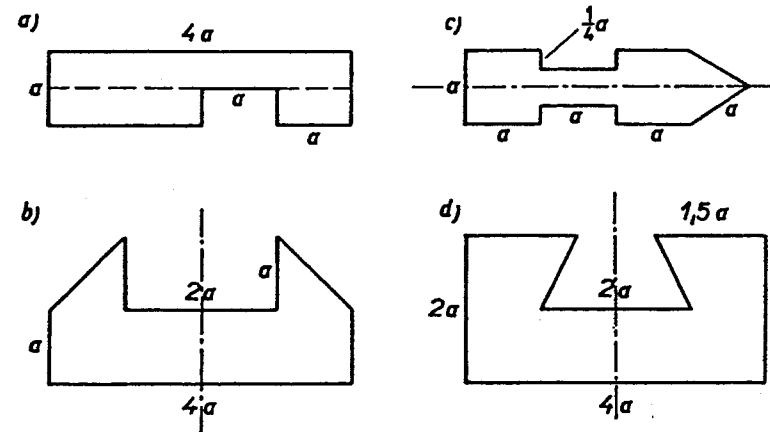


Obr. 3.30

157. Základní parketový obrazec zámecké podlahy je znázorněn na obr. 3.31. Všechny úsečky v něm jsou stejně dlouhé ($a = 12 \text{ cm}$). Vypočítejte jeho obsah. Nejdřív odvoďte vzorec.
158. Odvoďte vzorce pro výpočty obsahů a obvodů útvarů na obr. 3.32. Návod: Obrázky překreslete a vhodně vedenými úsečkami je rozdělte na nepřekrývající se základní rovinné útvary. Ke zjednodušení vzorců použijte algebraické úpravy.
159. Vypočítejte obsahy a obvody útvarů na obr. 3.32, je-li $a = 12 \text{ cm}$.
160. Pozemek na vodorovném terénu má tvar pravoúhlého lichoběžníku s délkami rovnoběžných stran 75 m a 103 m a jeho rameno svírá s nejdelsí stranou úhel o velikosti $44^\circ 50'$. Kolika hektolitry vody byl pozemek zavlažen při dešti se srážkami 8 mm na m^2 ?



Obr. 3.31



Obr. 3.32

161. Jak se změní obsah čtverce, obdélníku a trojúhelníku, jestliže:
 a) jejich rozměry se ztrojnásobí,
 b) jejich rozměry budou poloviční,
 c) jejich rozměry se zvětší v poměru 5 : 2?

PRAVIDELNÉ MNOHOÚHELNÍKY

Poznámka: Při řešení úloh o pravidelných mnohoúhelnících vycházejte z možnosti rozdělit n -úhelník na n shodných rovnoramenných trojúhelníků, které se vzájemně nepřekrývají a jejichž vrchol proti základně leží

178. Tabulky 3.1 a 3.2 přeneste do sešitu a doplňte je.

Tab. 3.1

α	ve stupních	34		172		23	
	v radiánech		1,658 06		3,054 30		0,261 75

Tab. 3.2

α	ve stupních a minutách	29°37'		121°53'		
	v radiánech		1,402 07			2,023 71

KRUŽNICE, KRUH A JEJICH ČÁSTI

179. Vypočtete délku kružnice, je-li dáno:

- a) $r = 5$ cm b) $d = 20$ dm c) $r = 0,7$ m d) 2,6 cm

180. Vypočtete obsah kruhu, je-li dáno:

- a) $r = 3,0$ dm b) $d = 8$ mm c) $r = 0,4$ cm d) $d = 15,6$ cm

181. Je dána délka kružnice: a) 1,0 m; b) 6,3 dm. Vypočtete její průměr.

182. Hřídel rumpálu má průměr 2,3 dm. Kolikrát se musí otočit klikou rumpálu při jednom zdvihu, nabírá-li se voda z hloubky 6 m?

183. Je dán obsah kruhu: a) 320 cm²; b) 0,48 m². Vypočtete poloměr kruhu.

184. Průřez roury z plechu má být:

- a) 314 cm² b) 1 dm² c) 12,56 cm² d) 1 m²

Jaká musí být minimální šířka plechu, z něhož bude roura stočena?

185. Z pásu ocelového plechu o šířce 10 cm a délce 2 m jsou vystříhány kruhové podložky o průměru 80 mm. Vypočtete odpad materiálu v procentech, víte-li, že při styku dvou sousedních kruhů nedochází k žádné ztrátě materiálu.

186. Ocelové lano se skládá z osmi pramenů, každý pramen je stočen z deseti drátů o průměru 0,6 mm. Vypočtete účinný průřez lana.

187. Vypočtete obsah mezikruží, je-li dáno:

- a) $R = 5$ cm, $r = 4$ cm; b) $D = 8$ dm, $d = 6$ dm.

Načrtněte.

188. Vypočtete obsah mezikruží, aniž budete určovat druhé mocniny poloměrů (průměrů). *Návod:* použijte vzorce

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B).$$

- a) $R = 12$ cm, $r = 2$ cm,
 b) $D = 108$ mm, šířka mezikruží $s = 50$ mm,
 c) $R = 1,15$ m, šířka mezikruží $s = 10$ cm,
 d) $D = 56$ cm, $d = 16$ cm.

189. Mosazná podložka tvaru mezikruží s průměry 72 mm a 26 mm má hmotnost 46 g. Jaká je hmotnost 1 m² materiálu, z něhož je zhotovena?

190. Vypočtete délku kruhového oblouku kružnice o poloměru 6 cm, je-li dána velikost příslušného středového úhlu:

- a) 100° b) 1,5 rad c) 300° d) 5 rad

191. Je dána délka kruhového oblouku l a velikost příslušného středového úhlu. Určete průměr kružnice:

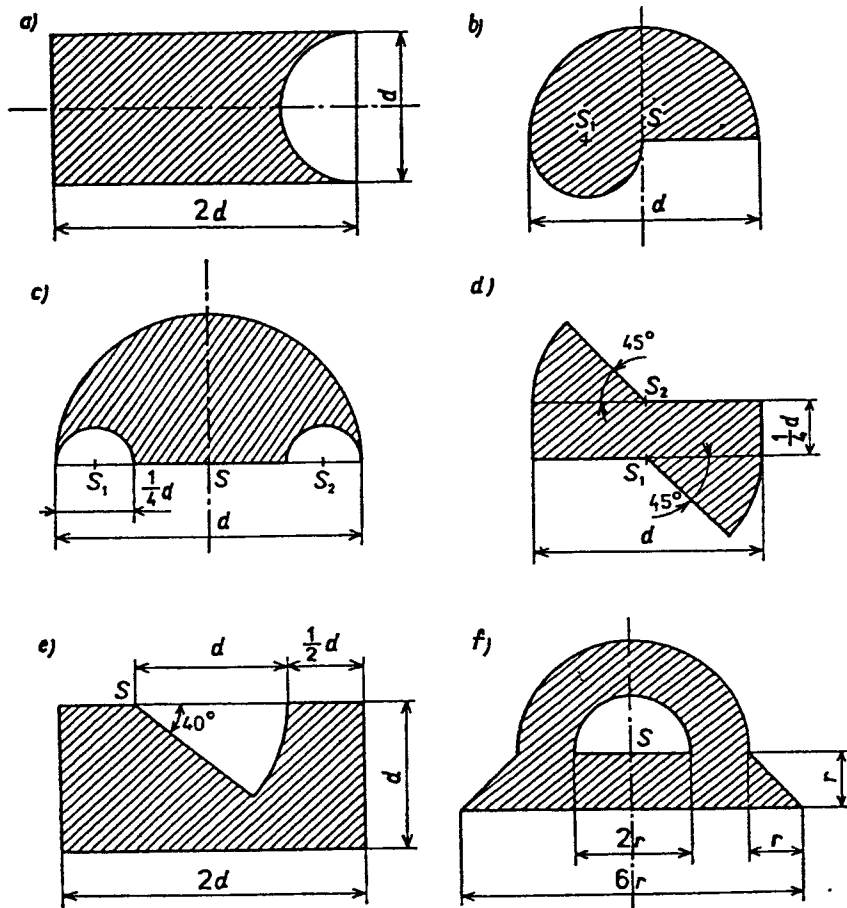
- a) $l = 2$ m; 40° b) $l = 12$ dm; 4 rad
 c) $l = 3,2$ cm; 200° d) $l = 0,75$ dm; 2,5 rad

192. Žák má zhotovit kroužky z drátu tak, aby měly průměry $d_1 = 600$ mm, $d_2 = 400$ mm, $d_3 = 100$ mm. Jak dlouhé kusy drátu si nastříhá? (Zanedbejte spotřebu drátu na spoje.)

193. Doplňte tabulku 3.3. Poloměr oblouku kružnice je r , α je velikost středového úhlu ve stupních, ω je velikost středového úhlu v radiánech, l je délka oblouku kružnice.

Tab. 3.3

$\frac{r}{\text{cm}}$	$\frac{\alpha}{\text{stupeň}}$	$\frac{\omega}{\text{rad}}$	$\frac{l}{\text{cm}}$
10	112		
35,4		1,484	
12			12
	36		100

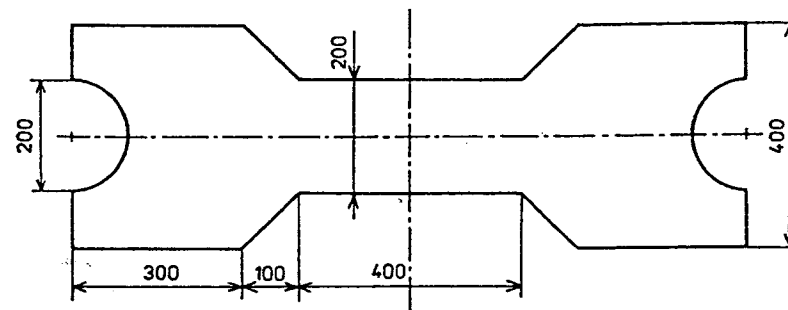


Obr. 3.34

Započítejte si

- *208. Odvoďte vzorec a vypočítejte obsah útvaru, který vznikne z rovnostranného trojúhelníku ABC o délce strany 120 cm, odseknete-li při vrcholech A, B, C rovnostranné trojúhelníky o délce strany 40 cm.

209. Jaký musí být nejmenší průměr kulatiny, z níž má vzniknout ostře hraněný trám obdélníkového průřezu o rozměrech 20 cm a 16 cm?
- *210. Dokažte, že Pythagorova věta platí také:
- pro obsahy rovnostranných trojúhelníků sestavených nad stranami uvažovaného pravoúhlého trojúhelníku;
 - pro obsahy půlkruhů, jejichž průměry jsou strany pravoúhlého trojúhelníku.
- Najdete ještě další podobné možnosti platnosti Pythagorovy věty?
211. Vypočítejte obsah a velikosti vnitřních úhlů rovnoramenného lichoběžníku, jehož základny mají délky 18 cm a 14 cm a ramena mají délku 3,61 cm.
212. Síla F o velikosti $F = 700$ N se rozkládá a dvě kolmé složky F_1 a F_2 , $F_1 = 450$ N. Určete početně i graficky velikost složky F_2 a velikosti úhlů, které svírá výslednice s oběma složkami.
- *213. Sud o hmotnosti 200 kg se pohybuje po nakloněné rovině, jejíž sklon je 27° . Určete velikosti složek tíhové síly, působí-li jedna ve směru nakloněné roviny a druhá je k ní kolmá. Výpočet ověřte graficky ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; tření zanedbejte).
214. O kolik se musí zmenšit průměr kruhové desky o obsahu 1 m^2 , aby se její obsah zmenšil o 10 procent?
215. K natření 1 m^2 plechu je potřeba 0,4 kg nátěrové hmoty. Kolik jí bude potřeba k oboustrannému natření mříže sestavené z 86 dílů? Jeden díl je znázorněn na obr. 3.35.



Obr. 3.35