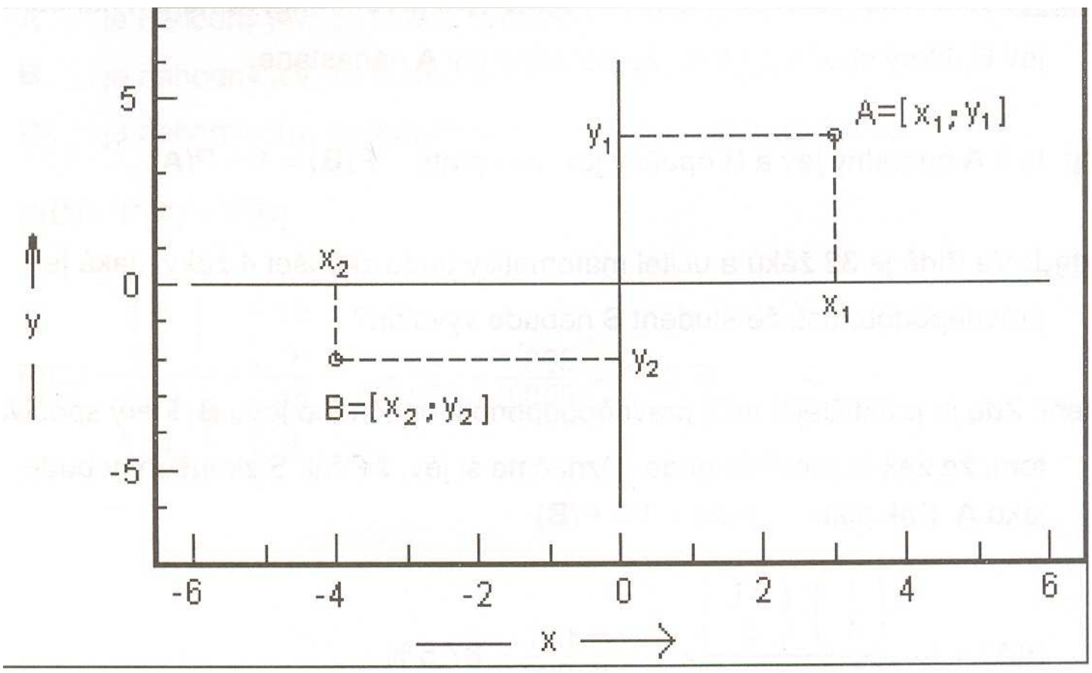
ANALYTICKÁ GEOMETRIE V ROVINĚ

Analytická geometrie řeší geometrické problémy algebraickými prostředky. Podstatou analytické metody je to, že si vyjádříme geometrické veličiny číselně pomocí souřadnic, rovnic, nerovnic a jiných algebraických objektů.

V rovině zavedeme pravoúhlou soustavu souřadnic – kartézskou soustavu souřadnic.
Každý bod A je určen jednoznačně uspořádanou dvojicí reálných čísel [x,y]. Tuto uspořádanou dvojici nazýváme souřadnicemi bodu A a píšeme A = [x,y].



Vektory

Vektor je v analytické geometrii velmi důležitý pojem, zavedeme ho pomocí pojmu orientovaná úsečka.

Orientovaná úsečka

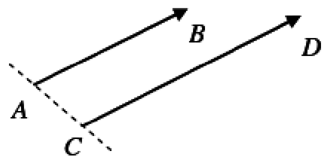
Orientovaná úsečka je úsečka, jejíž krajní body mají určené pořadí, jeden je počáteční a druhý koncový.

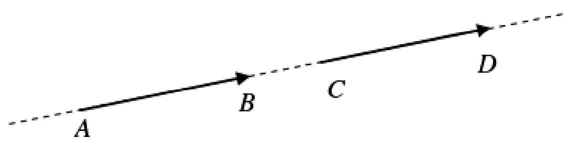
Graficky znázorňujeme orientovanou úsečku jako úsečku opatřenou šipkou u koncového bodu.

Orientovanou úsečku s počátečním bodem *A* a koncovým bodem *B* budeme v textu zapisovat *AB* .
Velikost orientované úsečky AB je vzdálenost bodů *A*, *B*. Symbolicky budeme velikost orientované úsečky označovat |AB| . Mezi orientované úsečky počítáme i jednobodové množiny, což jsou vlastně úsečky, u nichž počáteční bod je totožný s koncovým bodem. Tyto úsečky se nazývají *nulové orientované úsečky*. Jejich velikost je nula.

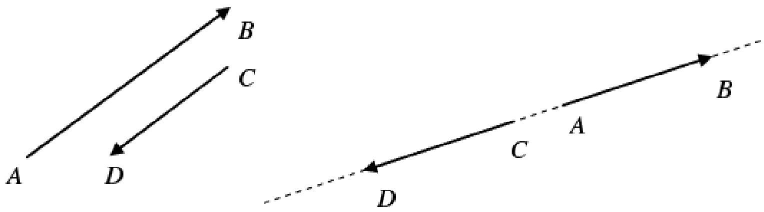
Souhlasně orientované úsečky *AB*, *CD* jsou rovnoběžné a leží na téže polorovině s hraniční přímkou *AC.* Pokud *AB*, *CD* leží na téže přímce, jsou souhlasně orientované, pokud jedna z polopřímek *AB*, *CD* je částí druhé.

Následující obrázky zobrazují souhlasně orientované úsečky *AB*, *CD*.



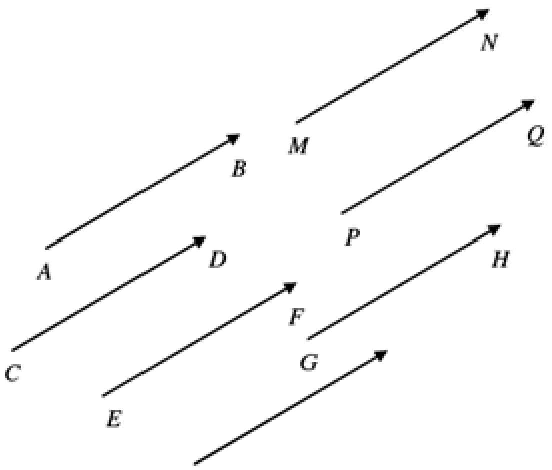


Na dalších obrázcích jsou znázorněny nesouhlasně orientované úsečky.



Vektor

Nenulovým vektorem nazýváme množinu všech souhlasně orientovaných úseček téže velikosti. Nulový vektor je množina všech nulových orientovaných úseček, značíme ho $\overline{v}$.
Vektory budeme zapisovat malými písmeny s pruhem nad ním, např. vektor a $\overline{v}$ nebo pomocí počátečního a koncového bodu a pruhu nad nimi, např. $\overline{AB}$., popř. tučně zvýrazněný ***v.*** Každá orientovaná úsečka určuje nějaký vektor (je prvkem množiny orientovaných úseček tvořících tento vektor). Každou orientovanou úsečku, která představuje vektor $\overline{v}$ nazýváme **umístěním vektoru** $\overline{v}$. Na následujícím obrázku je zobrazeno několik umístění vektoru $\overline{v}$.



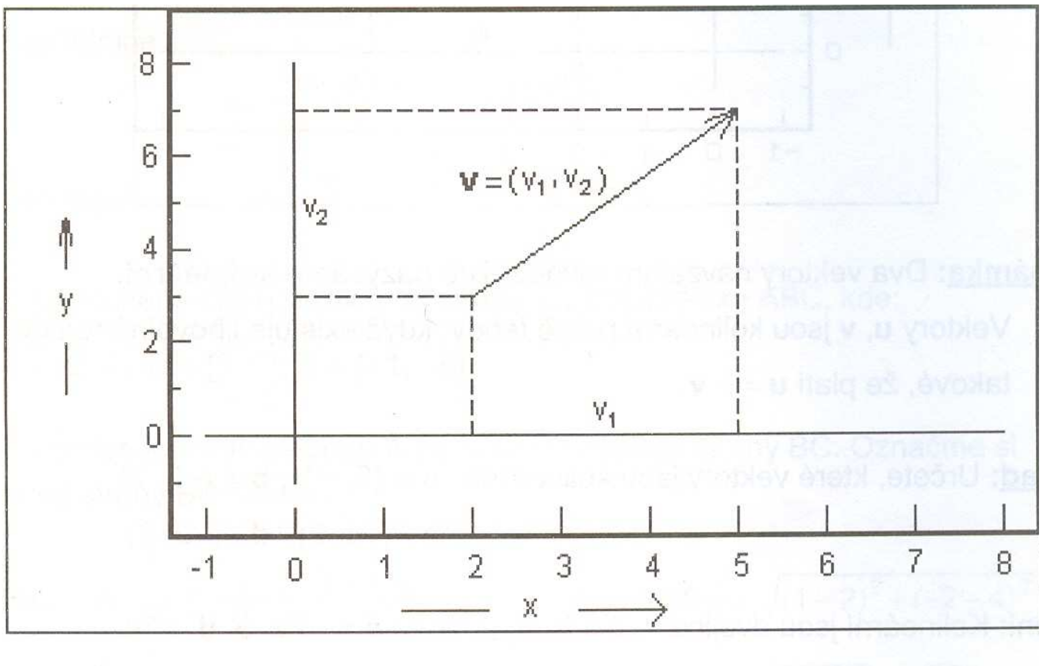
Dva vektory navzájem rovnoběžné nazýváme **kolineární.**
Vektory $\overline{u}$, $\overline{v}$ jsou kolineární právě tehdy, když existuje libovolné reálné číslo t takové, že platí **u = t * v**.

Příklad: Určete, zda vektory jsou kolineární: **a** = (2, -1) a **b** = (-4,2)

b = -2a to znamená, že tyto vektory jsou kolineární.

Nechť **v** = (v_1,v_2) je vektor a $\overline{AB}$ jeho umístění, kde A = [x_1,x_2] a B =[y_1,y_2].
Pak platí:

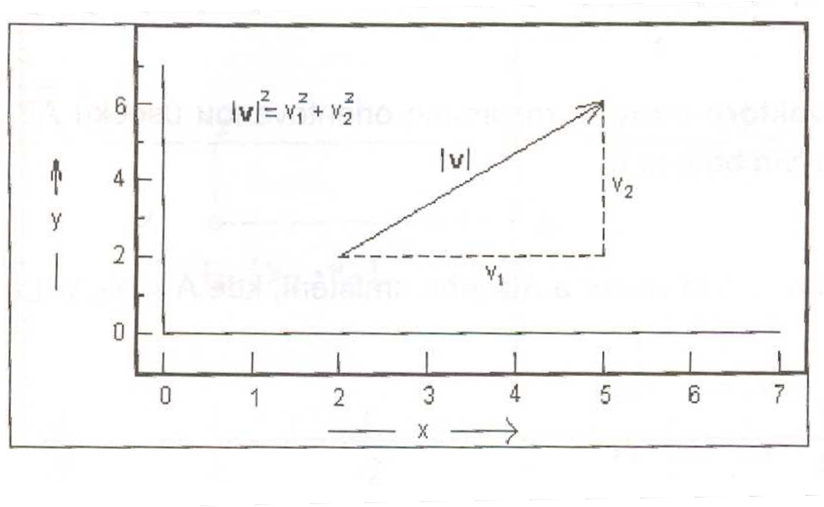
$$v_1 = x_2 - x_1$$
$$v_2 = y_2 - y_1$$



Velikost vektoru

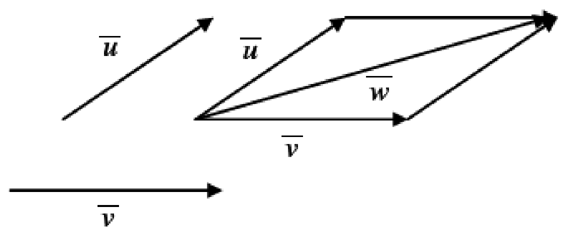
Velikost vektoru $\overline{AB}$ je dána velikostí orientované úsečky *AB,* označujeme $|\overline{AB}|$.

|v| = $\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$



Součet vektorů

$\boldsymbol{\overline{u} + \overline{v} = \overline{w} = (u_1 + v_1)(u_2 + v_2)}$



Skalární součin vektorů

$\boldsymbol{\overline{uv} = u_1 v_1 + u_2 v_2}$

Úhel dvou vektorů φ

$$\cos\boldsymbol{\varphi} = \frac{\overline{\boldsymbol{uv}}}{|\overline{\boldsymbol{u}}||\overline{\boldsymbol{v}}|}$$

Příklad:

Je-li $\overline{u}$ = (16;4); $\overline{v}$ = (3;9) pak:

a) určete velikosti obou vektorů
b) určete součet vektorů $\overline{w}$
c) skalární součin $\overline{uv}$

a) $|\overline{u}| = \sqrt{16^2 + 4^2} = \sqrt{256 + 16} = \sqrt{272} = 16{,}49$
$|\overline{v}| = \sqrt{9 + 81} = \sqrt{90} = 9{,}48$

b) $\overline{w}$ = (16 + 3;4 + 9) = (19;13)

c) $\overline{uv}$ = 16.3 + 4.9 = 48 + 36 = 84