POSLOUPNOSTI

Aritmetická posloupnost

Aritmetická posloupnost je taková posloupnost, v níž rozdíl následujícího členu a předchozího členu je stálý a nazývá se **diference – d (d $\in$ R)**.

Vzorce pro výpočet aritmetické posloupnosti:

Rekurentní: $a_{n+1} - a_n = d$ nebo $a_{n+1} = a_n + d$, kde n $\in$ N

Obecný vzorec pro každý člen: : $a_n = a_1 + (n - 1)*d$

Dokažte, že posloupnost $\left(\frac{2n-1}{3}\right)_{n=1}^{\infty}$ je aritmetická posloupnost.

$a_n = \frac{2n-1}{3}$

$a_{n+1} = \frac{2(n+1)-1}{3} = \frac{2n+2-1}{3} = \frac{2n+3}{1}$

$a_{n+1} - a_n = \frac{2n+1}{3} - \frac{2n-1}{3} = \frac{2n+1-2n+1}{3} = \frac{2}{3}$

$d = \frac{2}{3} \Rightarrow$ jedná se o aritmetickou posloupnost

Pro každé dva členy a_r, a_s aritmetické posloupnosti platí: $a_r - a_s = (r - s)d$

Pro součet prvních n členů aritmetické posloupnosti platí: $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

V nekonečné aritmetické posloupnosti je $a_4 = 0$, $a_6 = -4$. Urči počet sečtených členů n, je-li $S_n = 12$.

$a_6 - a_4 = (6 - 4)d$

$-4 - 0 = 2d \Rightarrow d = -2$

$a_4 = a_1 + 3d$

$0 = a_1 + 3(-2) \Rightarrow a_1 = 6$

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

$12 = \frac{n}{2}[6 + 6 + (n-1)(-2)]$

$12 = \frac{n}{2}[12 - 2n + 2]$

$24 = n(14 - 2n)$

$24 = 14n - 2n^2$

$2n^2 - 14n + 24 = 0$

$n^2 - 7n + 12 = 0$

$(n - 3)(n - 4) = 0 \Rightarrow n_1 = 3, n_2 = 4$

Počet sčítaných členů aritmetické posloupnosti je 4 nebo 5.

Geometrická posloupnost

Geometrická posloupnost je taková posloupnost, v níž podíl následujícího a předchozího členu je konstantní. Tento podíl se označuje **kvocient – q ($q \in R$).**

Vzorce pro výpočet geometrické posloupnosti:

Rekurentní: $a_{n+1} = a_n * q$ nebo $\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$, kde $n \in N$

Obecný vzorec pro každý člen: $a_n = a_1 * q^{n-1}$

Pro každé dva členy a_r, a_s geometrické posloupnosti platí: $a_r = a_s * q^{r-s}$

Pro součet prvních n členů aritmetické posloupnosti platí: $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$ pro $q \neq 1$

$S_n = n * a_1$ pro $q = 1$

Přičteme-li k číslům 2, 7, 17 totéž číslo, vzniknou první tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti.

$a_1 = 2 + x$, $a_2 = 7 + x$, $a_3 = 17 + x$

$\frac{7+x}{2+x} = \frac{17+x}{7+x}$ $\quad$ $x \neq 2$, $x \neq 7$

$(7 + x)^2 = (17 + x)(2 + x)$
$49 + 14x + x^2 = x^2 + 19x + 34$
$5x = 15$
$x = 3$

$a_1 = 5$
$a_2 = 10$
$a_3 = 20$

Nekonečná geometrická řada

Nekonečná geometrická řada je výraz $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n + \ldots\ldots$, jehož členy tvoří geometrickou posloupnost. Nekonečnou geometrickou řadu lze také napsat $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$.

Součet nekonečné řady: $\mathbf{S_n = \frac{a_1}{1-q}}$