

Podobnost trojúhelníků

Věty o podobnosti trojúhelníků

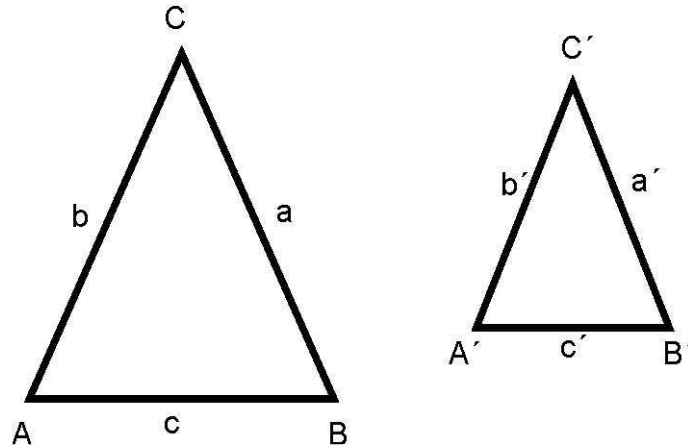
Dva trojúhelníky jsou podobné:

- shodují-li se poměry odpovídajících si stran (věta sss)
- shodují-li se ve dvou úhlech (věta uu)
- jsou-li rovny poměry dvou stran a shodné úhly jimi sevřené (věta sus)
- jsou-li rovny poměry dvou stran a shodné úhly proti větším z nich (věta Ssu)

Věty vyplývající z podobnosti trojúhelníků

1. Dva trojúhelníky jsou podobné, jsou-li jejich odpovídající si strany rovnoběžné, nebo navzájem kolmé.
2. Dva pravoúhlé trojúhelníky jsou podobné, shodují-li se v jednom ostrém úhlu nebo v poměru dvou odpovídajících si stran.
3. Dva rovnoramenné trojúhelníky jsou podobné, shodují-li se v úhlu při základně nebo v úhlu při vrcholu.
4. Každé dva rovnostranné trojúhelníky jsou si podobné.

PODOBNOT TROJÚHELNIKŮ PODLE VĚTY SSS



Jestliže jsou **poměry všech sobě odpovídajících stran** trojúhelníků **shodné**, pak jsou tyto trojúhelníky **podobné**.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

Konstanta k je poměr podobnosti.

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

Čteme: trojúhelník ABC je podobný trojúhelníku A'B'C'.

Příklad:

Je dán $\triangle ABC$: $a = 28,2 \text{ cm}$; $b = 25,3 \text{ cm}$; $c = 48,4 \text{ cm}$. Určete obvod podobného trojúhelníka XYZ, je-li poměr podobnosti 0,01.

Změní-li se strany 0,01 krát, změní se i obvod $\triangle XYZ$ 0,01 krát.

$$o = 0,01 \cdot (28,2 + 25,3 + 48,4) = 1,019 \text{ cm} = \underline{1 \text{ cm}}$$

Příklad:

Určete, zda je $\triangle ABC$ podobný $\triangle KLM$. $\triangle ABC$: $a = 6,2\text{cm}$; $b = 7,3\text{cm}$; $c = 8,4\text{ cm}$.

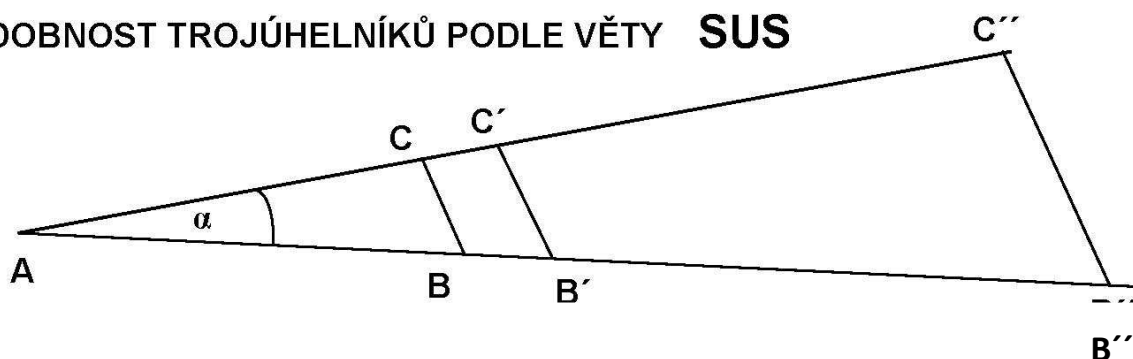
$\triangle KLM$: $|KL| = 812,2\text{ m}$; $|LM| = 956,3\text{ m}$; $|KM| = 1100,4\text{ m}$.

$$\frac{|KL|}{|a|} = \frac{812,2}{6,2} = 131$$

$$\frac{|LM|}{|b|} = \frac{956,3}{7,3} = 131$$

$$\frac{|KM|}{|c|} = \frac{1100,4}{8,4} = 131$$

Protože poměry sobě odpovídajících stran jsou shodné, jsou oba trojúhelníky podobné. $\triangle ABC \sim \triangle KLM$.

PODOBNOST TROJÚHELNÍKŮ PODLE VĚTY SUS

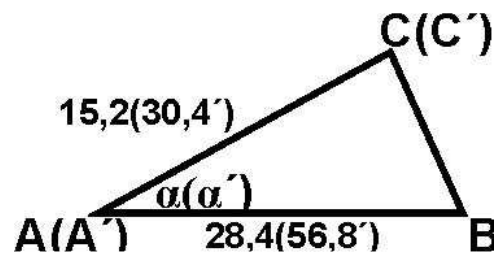
$$\frac{|AB|}{|AB'|} = \frac{|AC|}{|AC'|}$$

$$\alpha = \alpha'$$

Jestliže jsou **poměry dvou sobě odpovídajících stran** trojúhelníků a **úhel jimi sevřený shodný**, pak jsou tyto **trojúhelníky podobné**.

Příklad:

Je dán $\triangle ABC$: $b = 15,2$ cm; $c = 28,4$ cm; $\alpha = 38^\circ 15'$ a $\triangle A'B'C'$: $b' = 30,4$ cm; $c' = 56,8$ cm; $\alpha' = 38^\circ 15'$. Určete, zda jsou oba trojúhelníky podobné.



$$\frac{15,2}{30,4} = 0,5$$

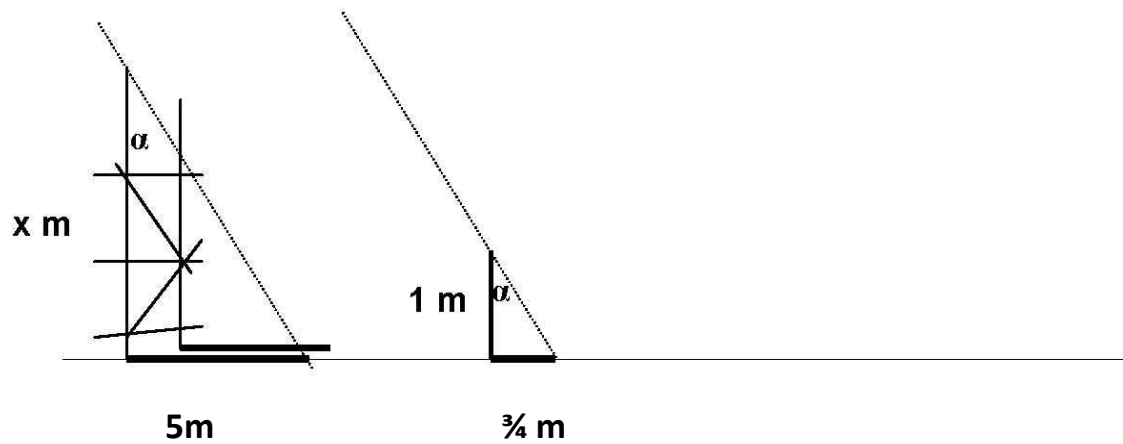
$$\frac{28,4}{56,8} = 0,5$$

$$\alpha = \alpha'$$

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

Příklad:

Lešení vrhá ve 13:00 hodin 5 m stín. 1 m dlouhá k zemi kolmá tyč má ve stejnou dobu 3/4 metrový stín. Jak vysoké je lešení?



Zobrazené trojúhelníky jsou si podobné. Proto platí:

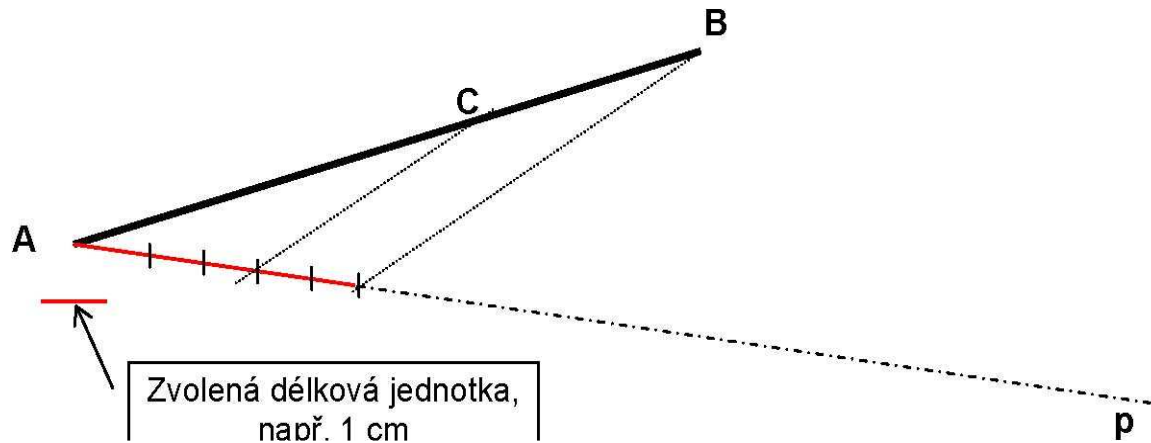
$$\frac{x}{1} = \frac{5}{\frac{3}{4}}$$

$$x = \frac{5 * 4}{3} = 6,7$$

Výška lešení je 6,7 m.

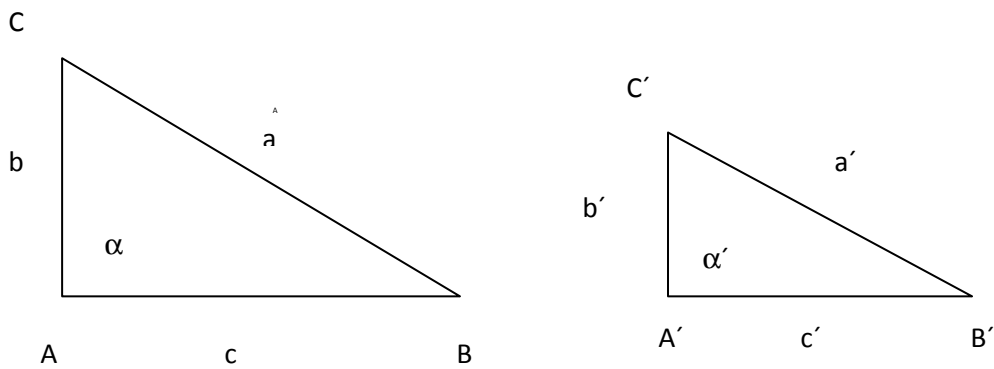
Úkol:

Rozdělte úsečku AB neznámé délky na dvě části v poměru 3 : 2.



Platí: $|AC| : |CB| = 3 : 2$

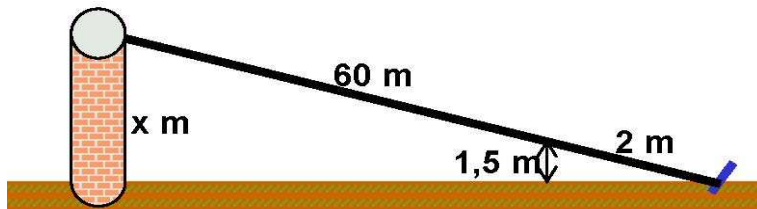
PODOBNOST TROJÚHELNÍKŮ PODLE VĚTY Ssu



Jestliže platí, že $a/a' = c/c'$ a současně $\alpha = \alpha'$, pak $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$.

Příklad:

Z ochozu věže je spuštěné napjaté 60 metrové ocelové lano delší než je výška ochozu nad zemí. Ve vzdálenosti 2 m od ukotvení na zemi je lano 1,5 m nad zemí. Jak vysoko je věžní ochoz?



$$\frac{x}{1,5} = \frac{60}{2}$$

$$\frac{x}{1,5} = 30$$

$$x = 45$$

Věžní ochoz je vysoký 45 m.

