KVADRATICKÁ FUNKCE S ABSOLUTNÍ HODNOTOU

Kvadratická funkce a absolutní hodnotou se řeší podobně jako lineární funkce s absolutní hodnotou, tj. pomocí nulových bodů a metody intervalů.

Načrtni graf funkce a urči její vlastnosti:

f: y = x*|x|

Nulový bod: x = 0

1. x $\in (-\infty, 0) \Rightarrow |x| = -x$

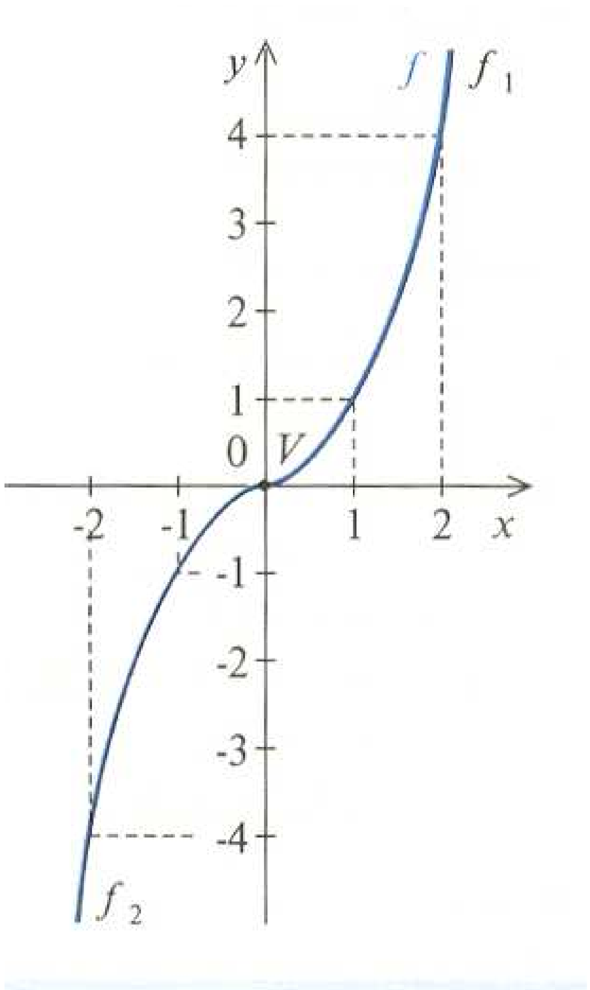
   f_2: y = $-x^2$

2. x $\in \langle 0, \infty) \Rightarrow |x| = x$

   f_1: y = x^2

   $f = f_1 \cup f_2$

   D(f) = R, H(f) = R, funkce je lichá , rostoucí v celém definičním oboru, není omezená, nemá maximum ani minimum.



Načrtni graf funkce:

f: $y = -2x|x-3|$

Nulový bod : $x-3 = 0 \Rightarrow x = 3$

1. $x \in (-\infty, 3) \Rightarrow |x - 3| = -x + 3$
   f_2: $y = -2x(-x+3) = 2x^2 - 6x$

   Upravíme předpis funkce , abychom získali vrchol paraboly:
   $$y = 2x^2 - 6x = 2(x^2 - 3x) = 2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right] = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$$
   $$\Downarrow$$
   $$V_2\left[\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right]$$

   Najdeme průsečíky s osou x:
   y = 0: $0 = 2x^2 - 6x$
   $0 = x^2 - 3x$
   $0 = x(x-3)$
   $x_1 = 0$; $x_2 = 3 \Rightarrow P_{x1}[0,0]$, $P_{x2}[3,0]$

   Najdeme průsečík s osou y:
   x = 0: $y = 2*0^2 - 6*0$
   $y = 0 \Rightarrow P_y[0,0] = P_{x1}$

2. $x \in \langle 3, \infty) \Rightarrow |x - 3| = x - 3$
   f_1: $y = -2x(x-3) = -2x^2 + 6x$

   Upravíme předpis funkce , abychom získali vrchol paraboly:
   $$y = -2x^2 + 6x = -2(x^2 - 3x) = -2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right] = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$$
   $$\Downarrow$$
   $$V_1\left[\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right]$$

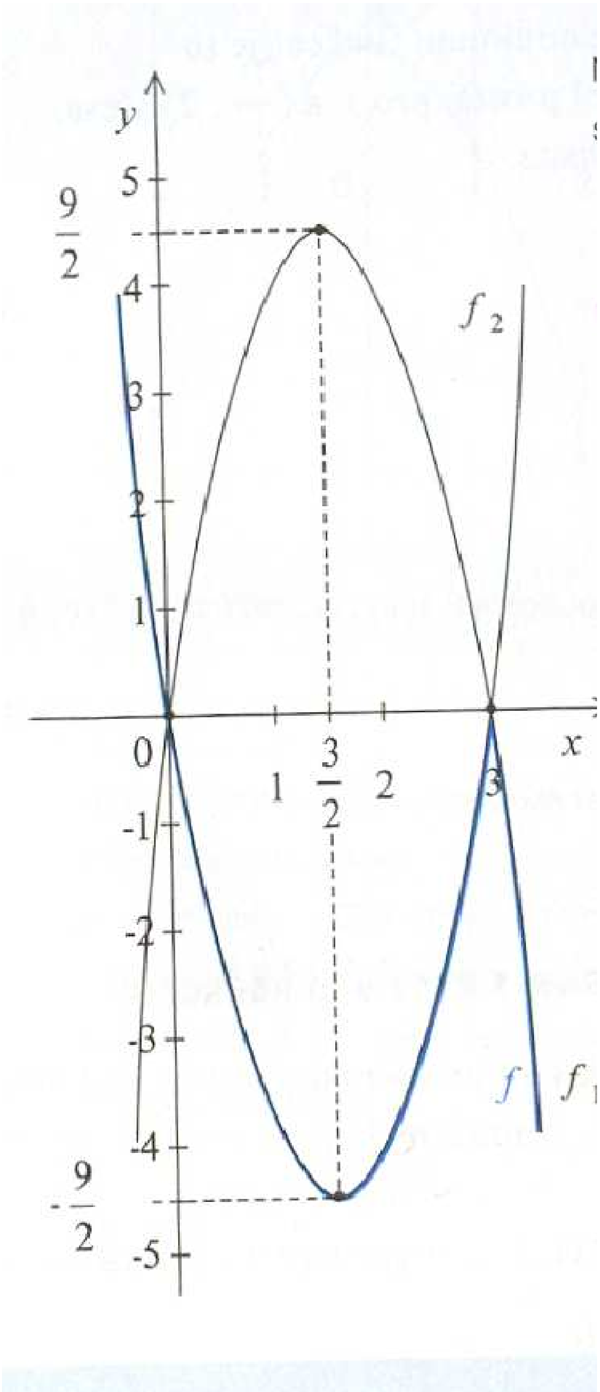
   Najdeme průsečíky s osou x:
   y = 0: $0 = -2x^2 + 6x$
   $0 = x^2 - 3x$
   $0 = x(x-3)$
   $x_1 = 0$; $x_2 = 3 \Rightarrow P_{x1}[0,0]$, $P_{x2}[3,0]$

Najdeme průsečík s osou y:

x = 0: $y = -2*0^2 + 6*0$

$y = 0 \Rightarrow$ P_y [0,0] = P_{x1}

$f = f_1 \cup f_2$



Načrtni graf funkce a urči její vlastnosti

f: $y = x^2 + 4|x|$

Nulový bod:
$x = 0$

1. $x \in \langle 0, \infty) \Rightarrow |x| = x$
   $f_1 : y = x^2 + 4x$

   Upravíme předpis funkce , abychom získali vrchol paraboly:
   $y = x^2 + 4x = (x + 2)^2 - 4 \Rightarrow V_1\,[-2,-4]$

   Najdeme průsečíky s osou x:
   $y = 0$: $0 = x^2 + 4x$
   $0 = x(x+4)$
   $x_1 = 0;\ x_2 = -4 \Rightarrow P_{x1}[0,0],\ P_{x2}[-4,0]$

   Najdeme průsečík s osou y
   $x = 0$: $y = 0^2 + 4*0$
   $y = 0 \Rightarrow P_y\,[0,0] = P_{x1}$

2. $x \in (-\infty, 0) \Rightarrow |x| = -x$
   $f_2 : y = x^2 - 4x$

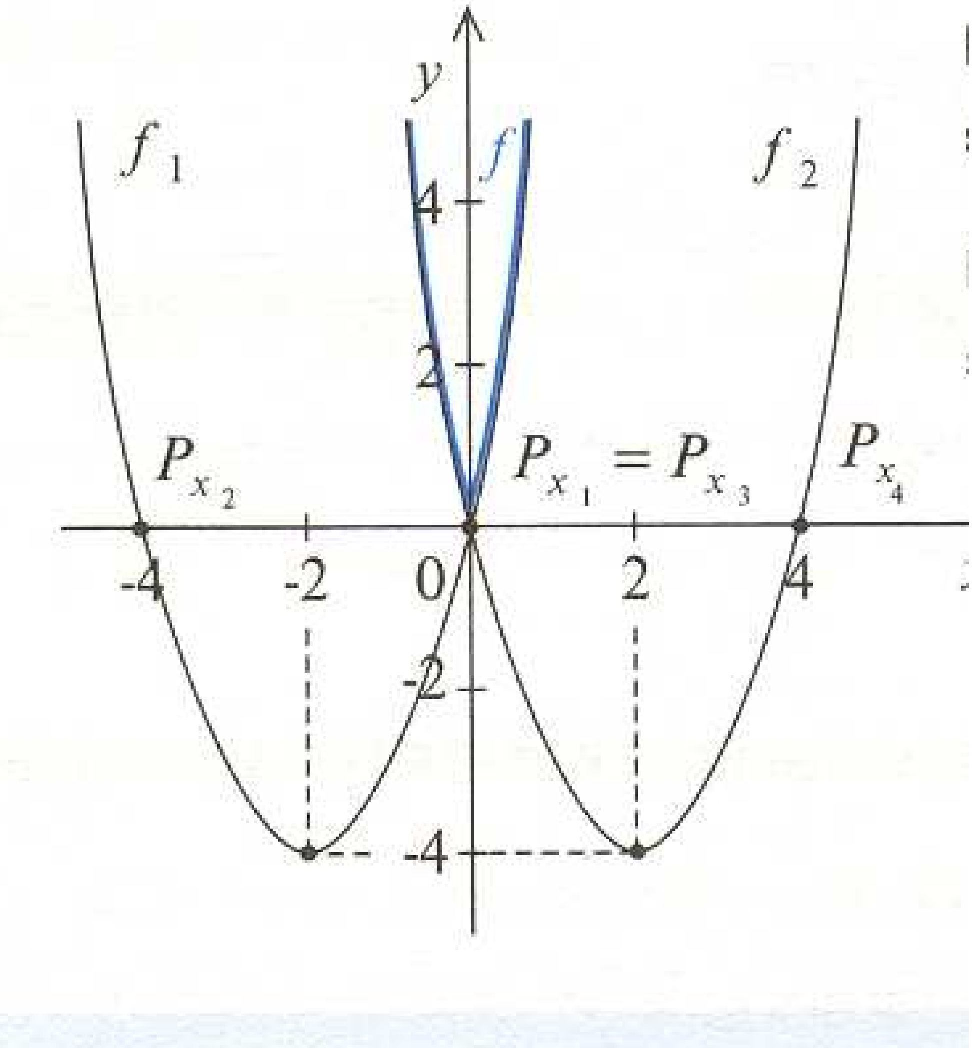
   Upravíme předpis funkce, abychom získali vrchol paraboly:
   $y = x^2 - 4x = (x - 2)^2 - 4 \Rightarrow V_2\,[2,-4]$

   Najdeme průsečíky s osou x:
   $y = 0$: $0 = x^2 - 4x$
   $0 = x(x-4)$
   $x_1 = 0;\ x_2 = 4 \Rightarrow P_{x1}[0,0],\ P_{x2}[4,0]$

   Najdeme průsečík s osou y
   $x = 0$: $y = 0^2 - 4*0$
   $y = 0 \Rightarrow P_y\,[0,0] = P_{x1}$

$f = f_1 \cup f_2$

D(f) = R, H(f) = R, funkce je zdola omezená, je sudá, minimum má v bodě [0,0], pro $x \in (-\infty, 0)$ klesá, pro $x \in \langle 0, \infty)$ roste



y
f_1
f
f_2
4
2
P_{x_2}
$P_{x_1} = P_{x_3}$
P_{x_4}
-4
-2
0
2
4
-2
-4