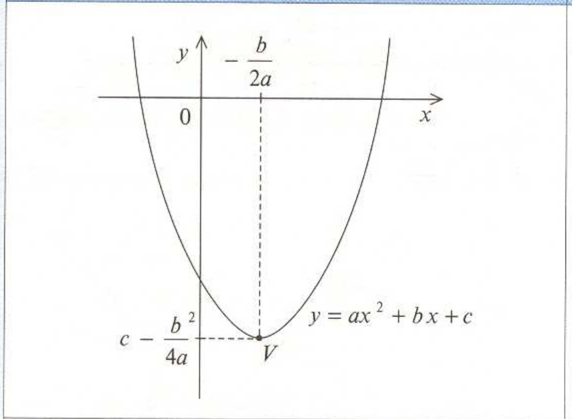
Kvadratická funkce

Kvadratická funkce je každá funkce daná předpisem $f : y = ax^2 + bx + c$, kde $a,b,c \in R$ a $a \neq 0$.

Grafem kvadratické funkce je PARABOLA. Osa paraboly je rovnoběžná s osou y.
Průsečík osy paraboly a paraboly se nazývá VRCHOL V paraboly.

Druhy kvadratických funkcí podle hodnoty koeficientu a:

$a > 0$



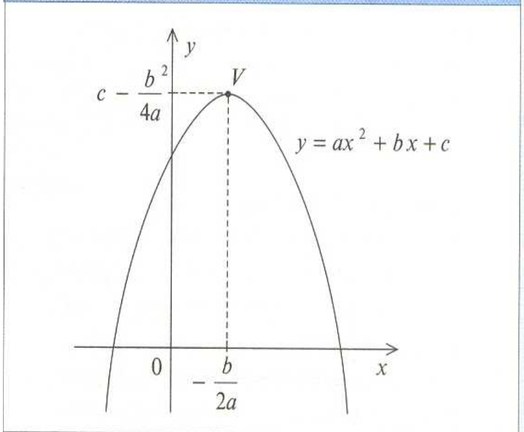
$D(f) = R$, $H(f) = \left\langle c - \frac{b^2}{4a}, \infty \right)$

Funkce je zdola omezená, není shora omezená.

Je rostoucí v $\left\langle -\frac{b}{2a}, \infty \right)$, klesající v $\left(-\infty, -\frac{b}{2a} \right\rangle$.

V bodě $x = -\frac{b}{2a}$ má funkce minimum, maximum funkce nemá.

$a < 0$



$D(f) = R$, $H(f) = \left(-\infty, c - \frac{b^2}{4a} \right\rangle$

Funkce je shora omezená, není zdola omezená.

Je rostoucí v $\left(-\infty, -\frac{b}{2a} \right\rangle$, klesající v $\left\langle -\frac{b}{2a}, \infty \right)$.

V bodě $x = -\frac{b}{2a}$ má funkce maximum, minimum funkce nemá.

Načrtni grafy funkcí a urči její vlastnosti.

a) f: $y = x^2$
b) g: $y = -x^2$

a) a = 1

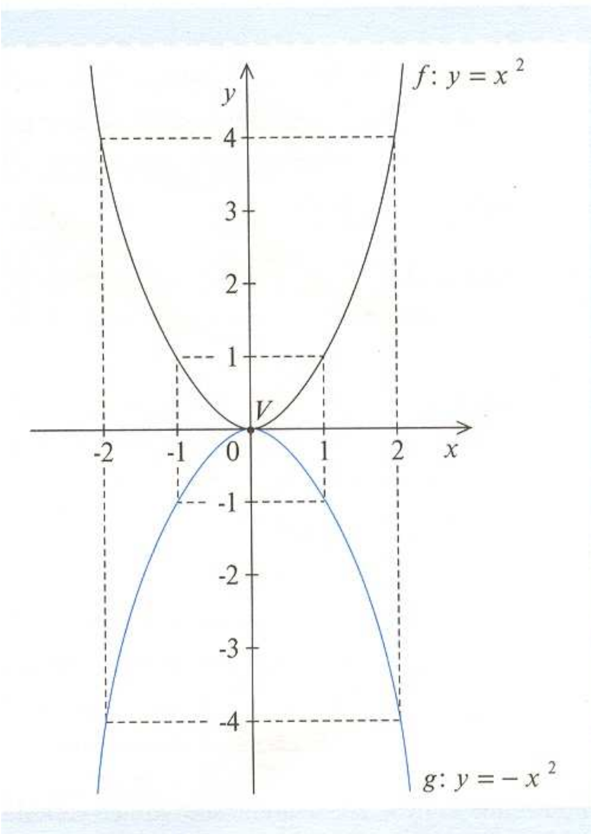
x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

D(f) = R
H(f) = $\langle 0, \infty)$
funkce sudá
zdola omezená
vrchol V[0,0] určuje minimum
není prostá
pro x ∈ $(-\infty, 0\rangle$ klesá
pro x ∈ $\langle 0, \infty)$ roste

b) a = -1

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	0	-1	-4

D(g) = R
H(g) = $(-\infty, 0\rangle$
funkce sudá
shora omezená
vrchol V[0,0] určuje maximum
není prostá
pro x ∈ $(-\infty, 0\rangle$ roste
pro x ∈ $\langle 0, \infty)$ klesá



Načrtni grafy funkcí a urči její vlastnosti.

a) *f*: $y = 2x^2$
b) *g*: $y = -2x^2$

b) a = 2

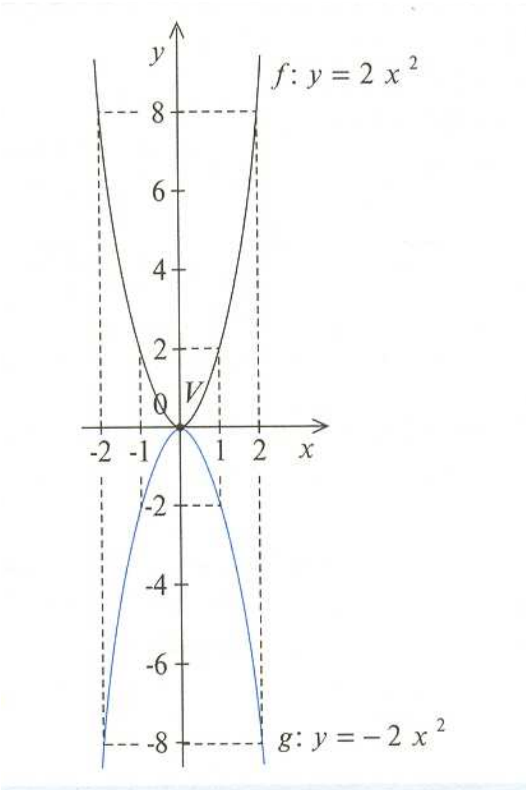
x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

b) a = -2

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	-2	-8

D(f) = R
H(f) = $\langle 0, \infty)$
funkce sudá
zdola omezená
vrchol V[0,0] určuje minimum
není prostá
pro x ∈ $(-\infty, 0\rangle$ klesá
pro x ∈ $\langle 0, \infty)$ roste

D(g) = R
H(g) = $(-\infty, 0\rangle$
funkce sudá
shora omezená
vrchol V[0,0] určuje maximum
není prostá
pro x ∈ $(-\infty, 0\rangle$ roste
pro x ∈ $\langle 0, \infty)$ klesá



Načrtni grafy funkcí a urči její vlastnosti.

c) f: $y = x^2 + 1$
d) g: $y = -x^2 + 1$

c) a = 1

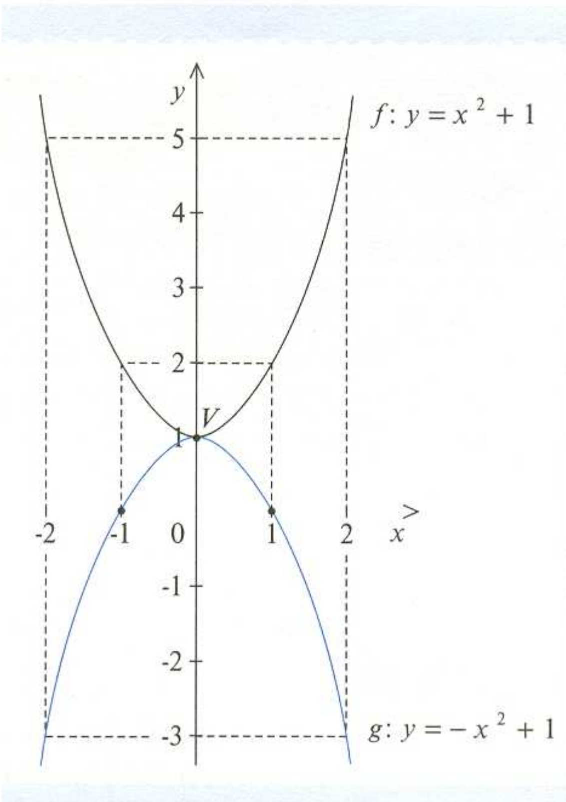
x	-2	-1	0	1	2
y	5	2	1	2	5

b) a = -1

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	0	1	0	-3

D(f) = R
H(f) = $\langle 1, \infty)$
funkce sudá
zdola omezená
vrchol V[0,1] určuje minimum
není prostá
pro x ∈ $(-\infty, 0\rangle$ klesá
pro x ∈ $\langle 0, \infty)$ roste

D(g) = R
H(g) = $(-\infty, 1\rangle$
funkce sudá
shora omezená
vrchol V[0,1] určuje maximum
není prostá
pro x ∈ $(-\infty, 0\rangle$ roste
pro x ∈ $\langle 0, \infty)$ klesá



Načrtni graf funkce a urči její vlastnosti.

f: $y = x^2 + 2x + 1$

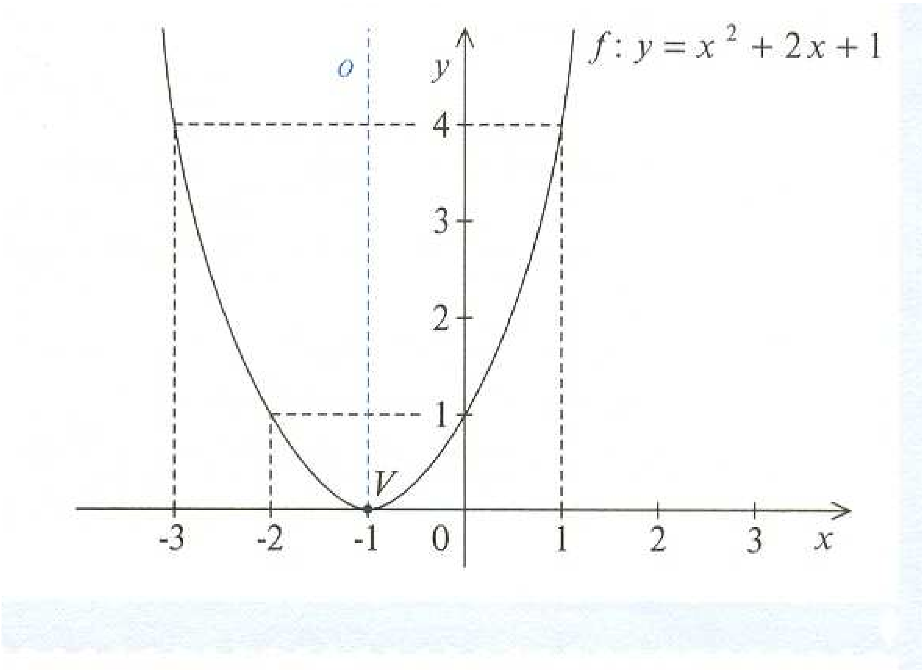
Upravíme předpis funkce „doplněním na čtverec“: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

f: $y = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$

Určíme minimum:
$(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$
V[-1,0]

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4	9

D(f) = R
H(f) $= \langle 0, \infty)$
není sudá ani lichá
zdola omezená
V[-1,0] určuje minimum
není prostá
pro $x \in (-\infty, -1\rangle$ klesá
pro $x \in \langle -1, \infty)$ roste



Načrtni graf funkce a urči její vlastnosti

f: $y = x^2 - 4x - 5$

Upravíme předpis:

f: $y = x^2 - 4x - 5 = (x - 2)^2 - 5 - 4 = (x - 2)^2 - 9$

Určíme minimum:
$(x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$
V[2,-9]

Zjistíme průsečíky s osou *x*, resp. s osou *y*, položíme *y = 0*, resp. *x = 0*:

y = 0 $\quad 0 = x^2 - 4x - 5$

$0 = (x + 1)(x - 5) \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 5$

$P_{x1}[-1,0]$
$P_{x2}[5,0]$

x = 0 $\quad y = 0^2 - 4*0 - 5$

$y = -5$

$P_y[0,-5]$

Osa paraboly je rovnoběžná s osou *y* a má rovnici *x = 2*.
D(f) = R
H(f) $=\langle -9, \infty)$
není sudá ani lichá
je zdola omezená
V[2,-9] určuje minimum
není prostá
pro x ∈ $(-\infty, 2\rangle$ klesá
pro x ∈ $\langle 2, \infty)$ roste