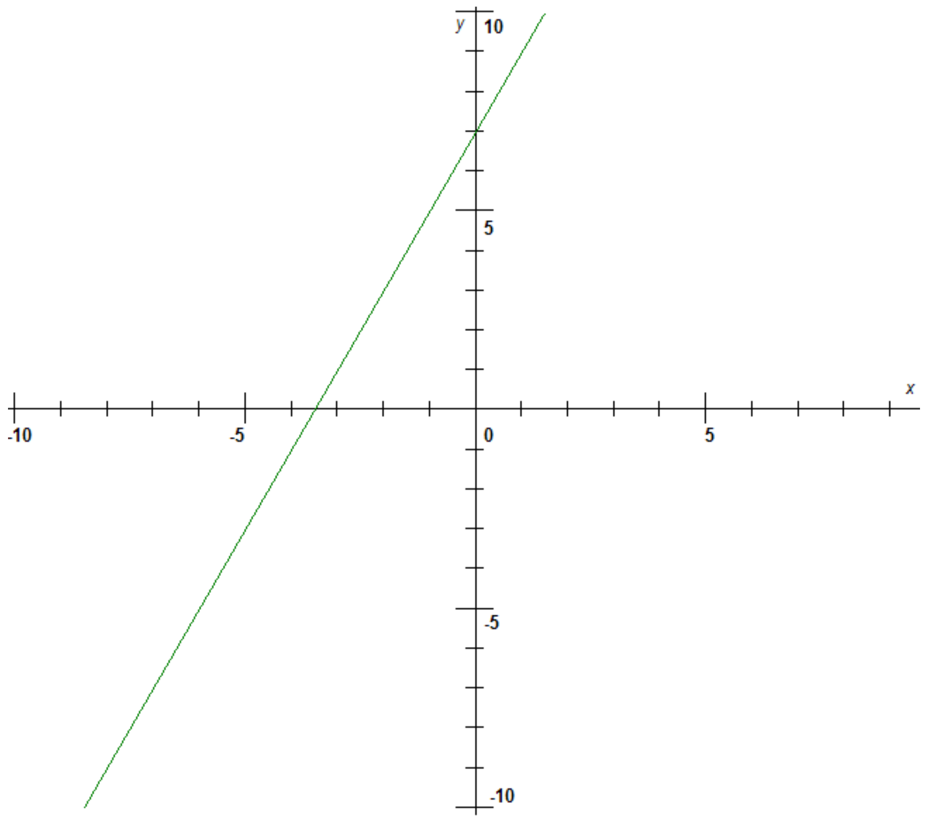
Grafické řešení rovnic, nerovnic a jejich soustav

Grafické řešení lineární rovnice ax + b = 0

Při grafickém řešení lineární rovnice ***ax + b = 0*** sestrojíme graf lineární funkce ***f: y = ax + b*** a určíme ***x-ovou*** souřadnici průsečíku **[x_0;0]** grafu s osou x. Tato souřadnice je řešením dané rovnice.

Příklad:

$$
\begin{aligned}
5x + 3 - 3x &= -4 \\
2x + 7 &= 0 \\
2x &= -7 \\
x &= \frac{-7}{2}
\end{aligned}
$$



Grafické řešení soustavy dvou lineárních rovnic

Mějme rovnici o dvou neznámých ***ax + bx + c = 0***. Je-li b ≠ 0, pak je touto rovnicí každému x jednoznačně přiřazeno jediné číslo y:

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

Toto lze napsat ve tvaru y = kx + q.

Rovnice ax + bx + c = 0 je pro b ≠ 0 lineární funkcí a jejím grafem je přímka.

Lze tedy řešit graficky dvě rovnice o dvou neznámých:

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$
$a_2x + b_2y + c_2 = 0$,

Za předpokladu, že alespoň jedno z čísel a_1, b_1 a alespoň jedno z čísel a_2, b_2 jsou různá od nuly.

Každá z rovnic je graficky vyjádřena přímkou. Řešením soustavy je pak každá dvojice [x,y], která vyjadřuje bod oběma přímkám.

Řešte graficky soustavu:

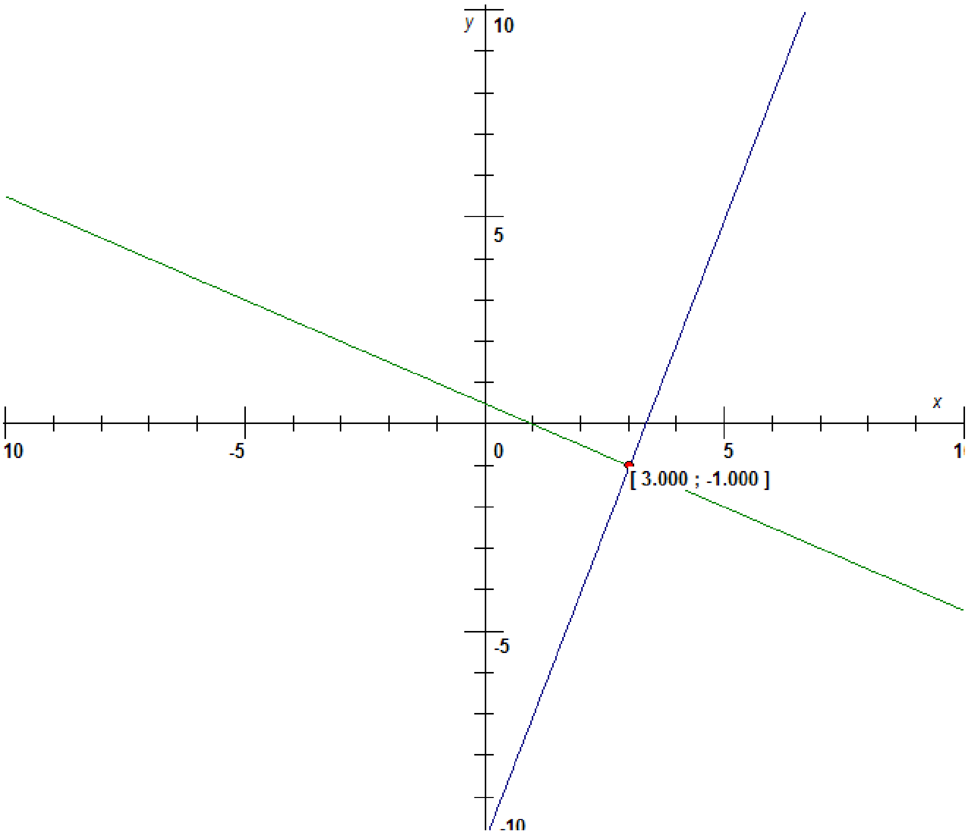
x + 2y – 1 = 0
$\underline{3x - y - 10 = 0}$

$$y = \frac{-x}{2} + \frac{1}{2}$$

$$y = 3x - 10$$

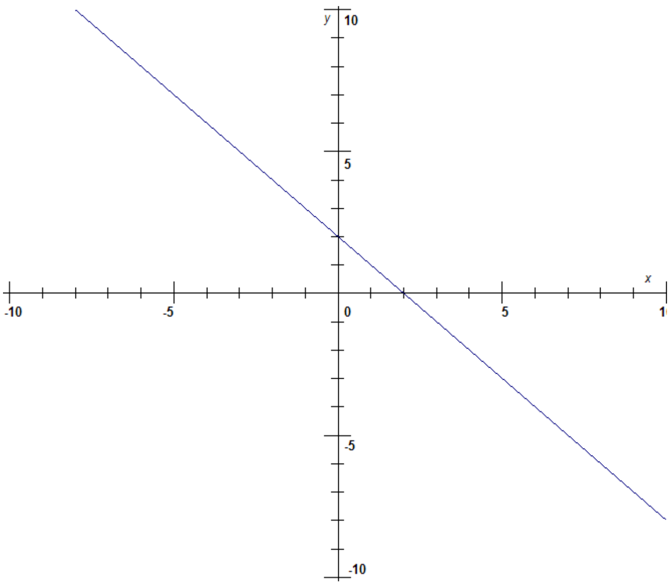
Přímky se protínají v bodě [3; -1].

Řešením je tedy: x = 3   y = -1



Jestliže budou obě rovnice zobrazeny jednou přímkou, existuje nekonečně mnoho řešení.

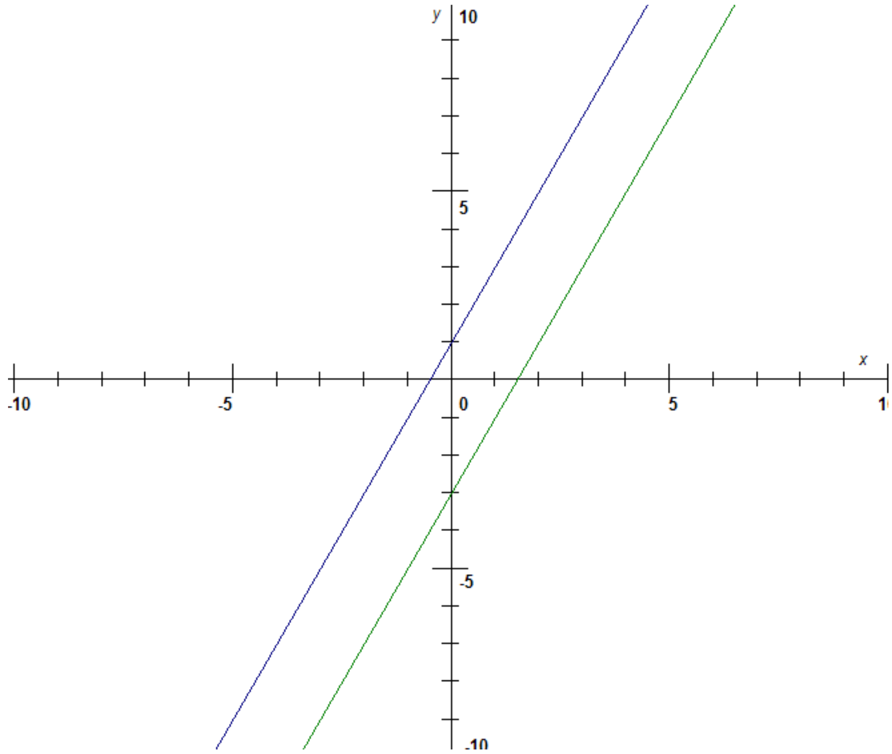
Příklad: $x + y = 2$
$2x + 2y = 4$



Jestliže budou obě rovnice zobrazeny rovnoběžkami, soustava nemá řešení.

Příklad: $2x - y - 3 = 0$

$y = 2x + 1$



Grafické řešení lineárních nerovnic

Při grafickém řešení lineární nerovnice postupujeme podobně jako u řešení lineární rovnice.

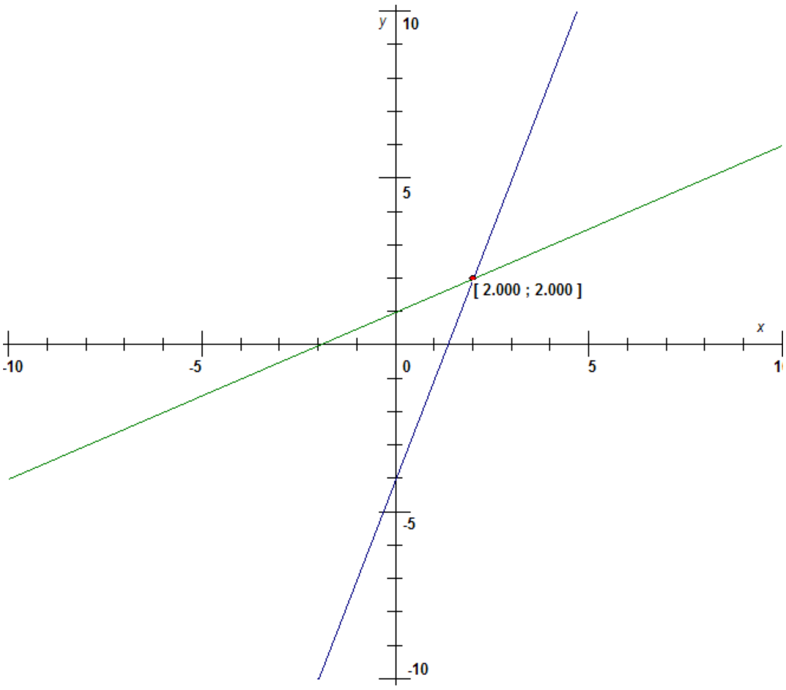
Řešte graficky nerovnici: $\frac{1}{2}x + 1 \leq 3x - 4$

Nerovnici rozložíme na dvě lineární funkce:

f: y = $\frac{1}{2}x + 1$

g: y = 3x – 4

Po sestrojení grafů odečteme x-ovou souřadnici průsečíků.



X-ová souřadnice průsečíku je 2.

Pro x > 2 platí f(x) < g(x)
Pro x < 2 platí f(x) > g(x)
Pro x = 2 platí f(x) = g(x)

Řešením je tedy interval $\langle 2,\infty)$.

Grafické řešení kvadratické rovnice

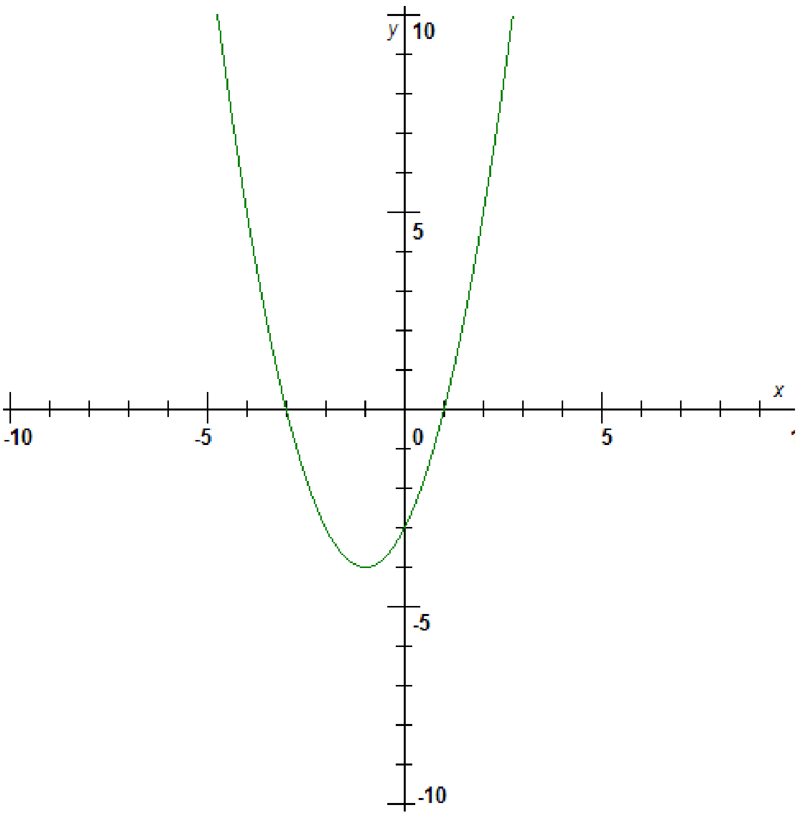
Opět postupujeme obdobně.

Řešte graficky kvadratickou rovnici:
$x^2 + 2x - 3 = 0$

f: $y = x^2 + 2x - 3$

Řešením jsou průsečíky s osou x.

$x_1 = 1$
$x_2 = -3$



Řešte graficky kvadratickou rovnici:

$x^2 + 2x + 3 = x + 3$

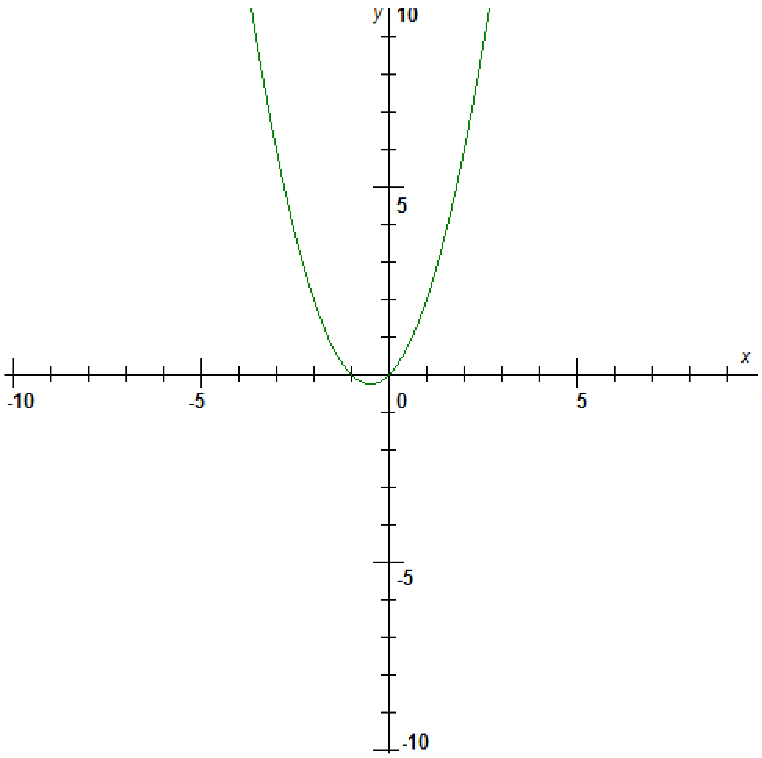
1. způsob

Nejdříve upravíme rovnici:

$x^2 + 2x + 3 = x + 3$
$x^2 + x = 0$

Odečteme průsečíky grafu s osou x.

$x_1 = -1$
$x_2 = 0$



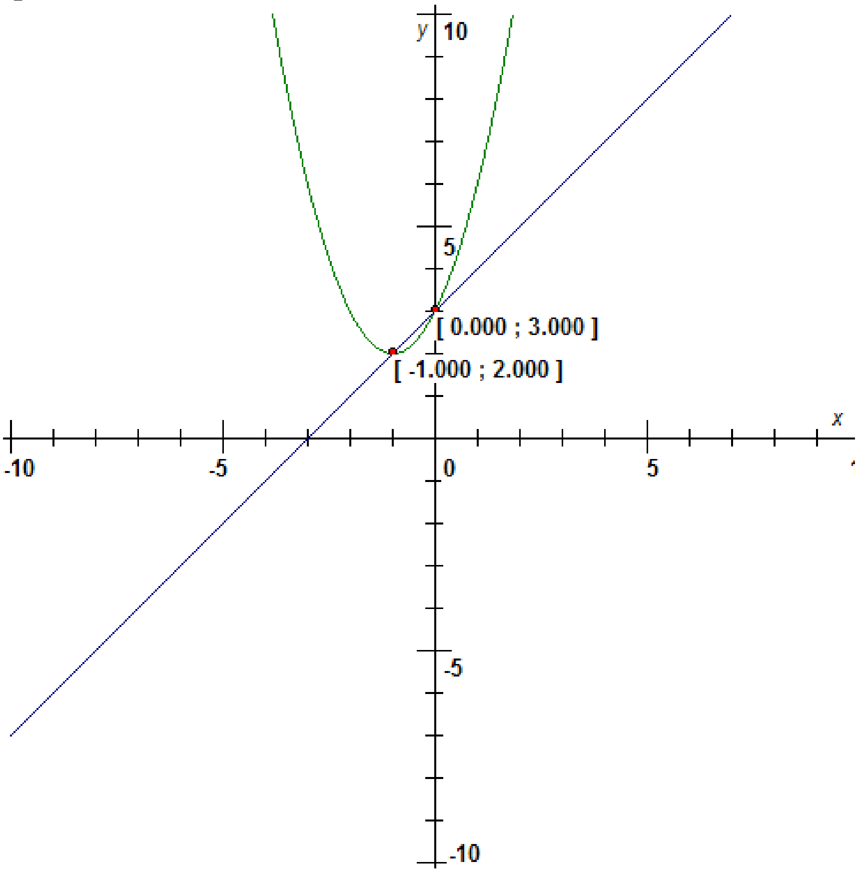
2. způsob

Rovnici $x^2 + 2x + 3 = x + 3$ rozložíme na dvě funkce:

f: $y = x^2 + 2x + 3$
g: $y = x + 3$

Odečteme x-ovou souřadnici průsečíků.

$x_1 = -1$
$x_2 = 0$



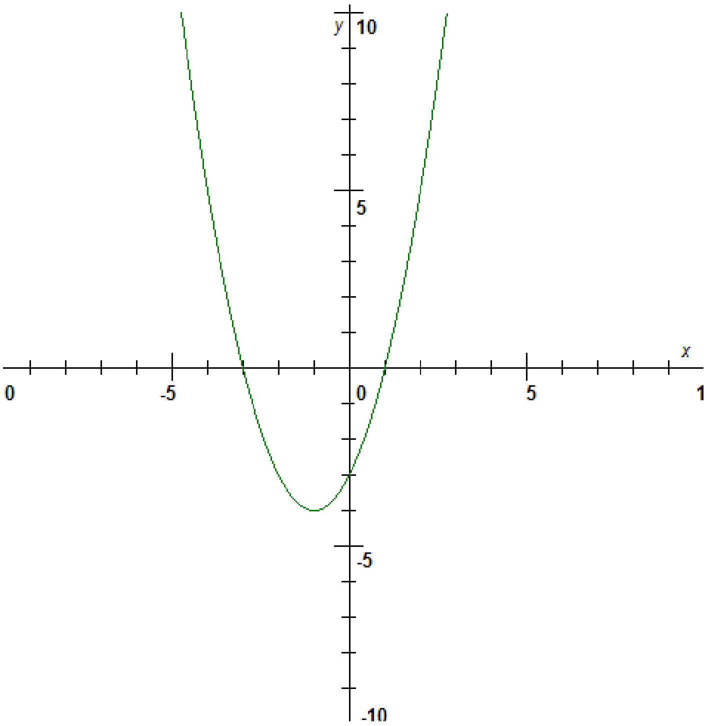
Grafické řešení kvadratické nerovnice

Opět je postup obdobný.

Řešte graficky nerovnici.

$x^2 + 2x - 3 < 0$

f: $y = x^2 + 2x - 3$



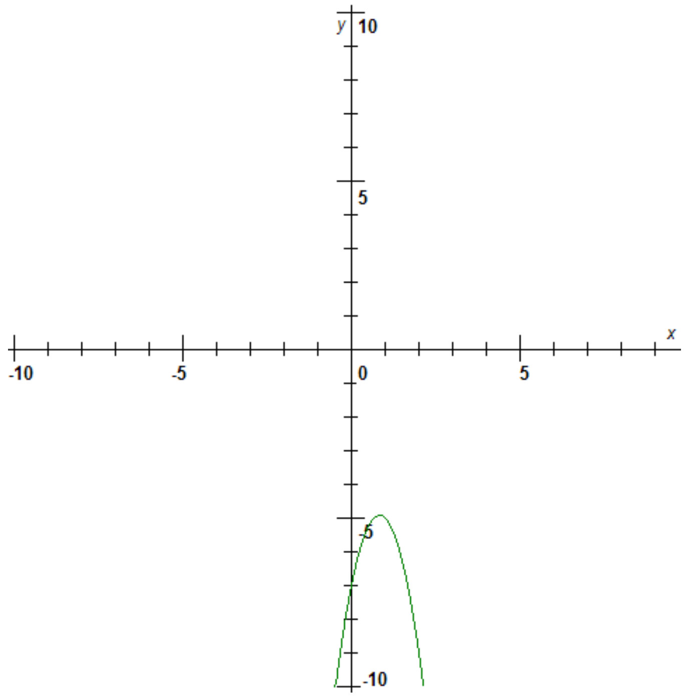
Opět odečteme průsečíky grafu s osou x.

Řešením je interval (-3,1)

Řešte graficky nerovnici:

$5x + 3 < 3x^2 + 10$
$-3x^2 + 5x - 7 < 0$

f: $y = -3x^2 + 5x - 7$



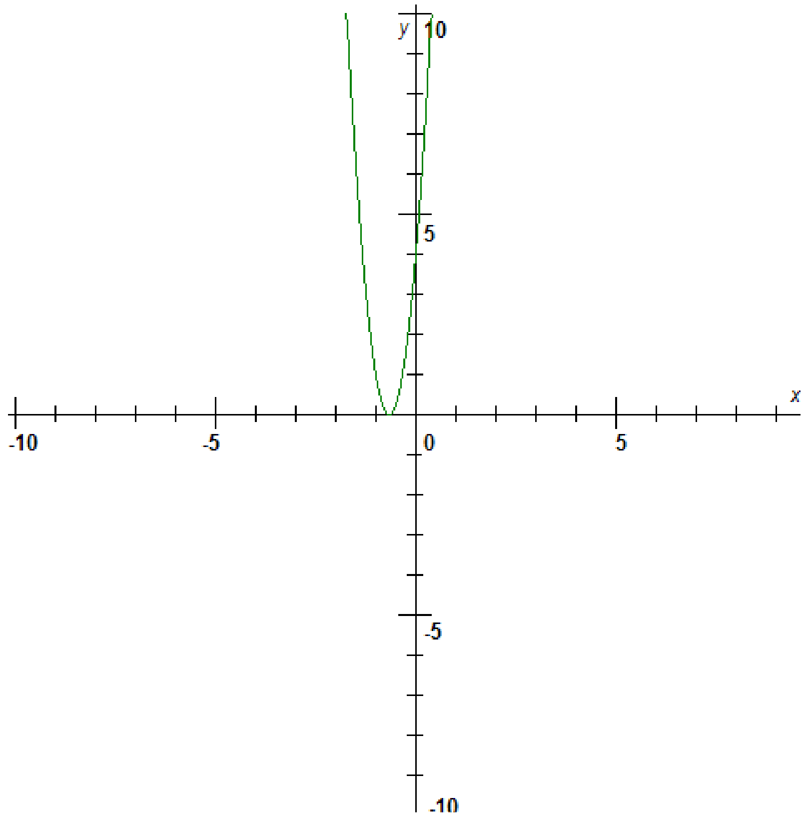
Graf neprotíná osu x $\Rightarrow$ nerovnice nemá řešení.

Řešte graficky nerovnici:
$9x^2 + 12x + 4 \leq 0$

f: $y = 9x^2 + 12x + 4$

Odečteme průsečík grafu s osou x.

$x = -\frac{2}{3}$


y
10
5
x
-10
-5
0
5
-5
-10