

Trigonometrie a goniometrie

Úhly se měří nejčastěji:

▶ v míře stupňové v jednotkách 1° (stupeň)

▶ v míře obloukové v jednotkách 1 rad (radián)

V zápisu úhlu v míře stupňové se používá kromě úhlového stupně i úhlovou minutu ($'$) a úhlovou vteřinu ($''$).

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$1^\circ = 3600''$$

$$1\text{rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$$



Goniometrické funkce ostrého úhlu

Ostrým úhlem nazýváme úhel $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

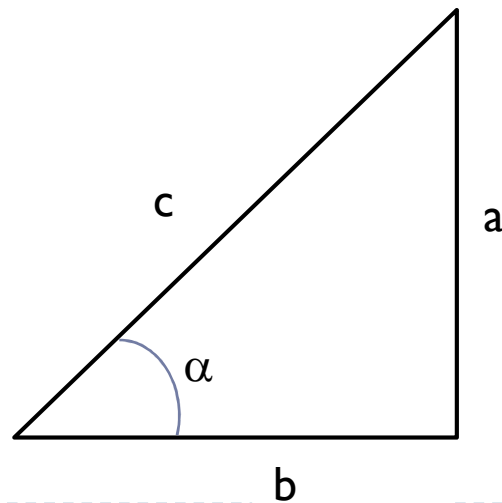
Goniometrické funkce ostrého úhlu α definujeme pomocí pravoúhlého trojúhelníku s vnitřním úhlem α takto:

$\sin \alpha = a/c = \text{protilehlá odvěsna} / \text{přepona}$

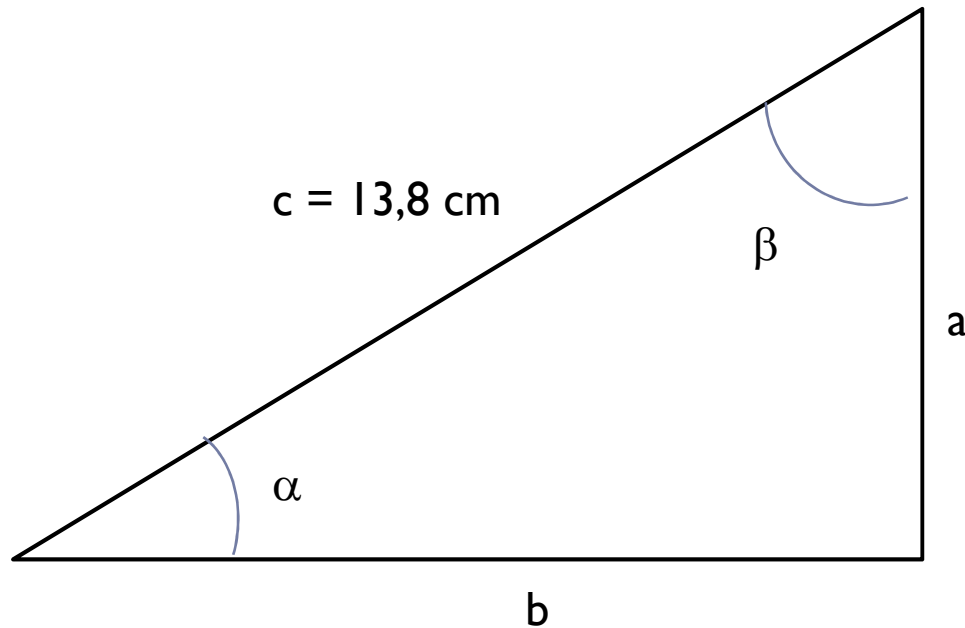
$\cos \alpha = b/c = \text{přilehlá odvěsna} / \text{přepona}$

$\text{tg } \alpha = a/b = \text{protilehlá odvěsna} / \text{přilehlá odvěsna}$

$\text{cotg } \alpha = b/a = \text{přilehlá odvěsna} / \text{protilehlá odvěsna}$



Řešení pravoúhlého trojúhelníku



Řešte pravoúhlý trojúhelník, ve kterém je dáno: $c = 13,8 \text{ cm}$,
 $\beta = 62^\circ 14'$

$$\alpha = 90^\circ - \beta = 89^\circ 60' - 62^\circ 14' = 27^\circ 14'$$

$$\sin \beta = b/c \Rightarrow \mathbf{b} = c * \sin \beta = 13,8 * \sin 62^\circ 14' = \mathbf{12,211 \text{ cm}}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{13,8^2 - 12,211^2} = 6,429 \text{ cm}$$



Sinová a kosinová věta, řešení obecného trojúhelníku

Sinová věta: $a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

Řešte trojúhelník ABC, je-li dáno: $b = 7,2$ cm; $\alpha = 62^\circ 15'$; $\gamma = 39^\circ 24'$

$$\beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma) = 78^\circ 21'$$

$$a/b = \sin \alpha / \sin \beta \Rightarrow a = b * \sin \alpha / \sin \beta = 6,50593718 \text{ cm}$$

$$c/b = \sin \gamma / \sin \beta \Rightarrow c = b * \sin \gamma / \sin \beta = 4,66618591 \text{ cm}$$



Kosinová věta: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cos \gamma$$

Řešte trojúhelník ABC, je-li dáno: $a = 14,25$ cm; $c = 17,85$ cm; $\beta = 49^\circ 47'$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta = 193,2115236$$

$$b = 13,9 \text{ cm}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a}{b} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{14,25}{13,9} \sin 49^\circ 47'$$

$$\sin \alpha = 0,7828357859 \Rightarrow \alpha = 51^\circ 31'$$

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 101^\circ 18'$$

