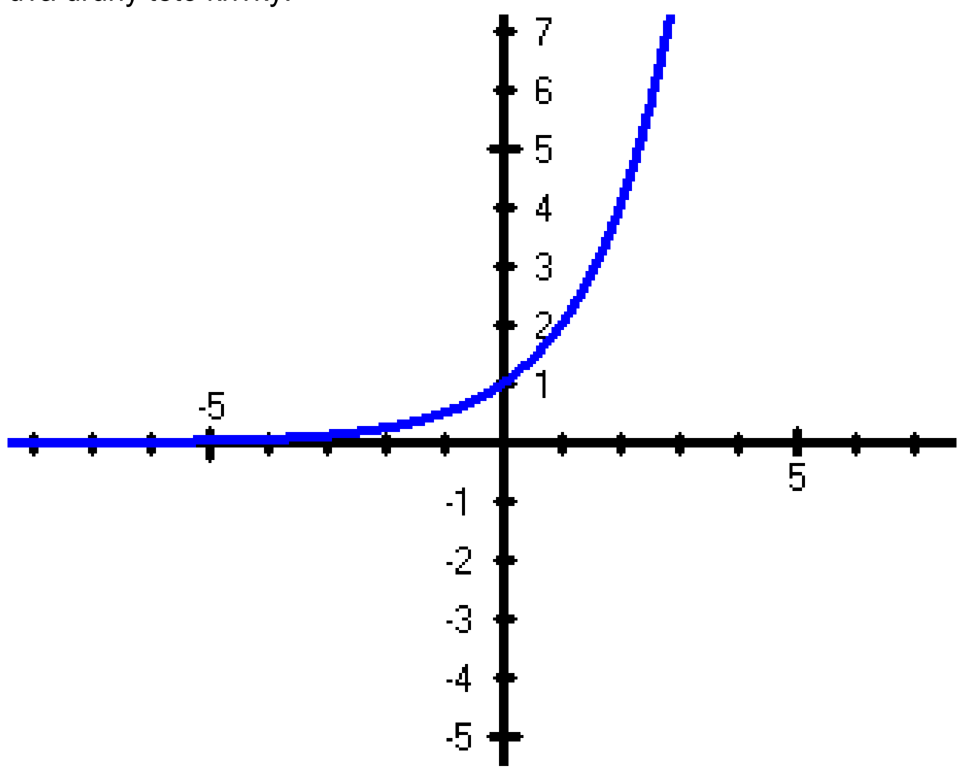
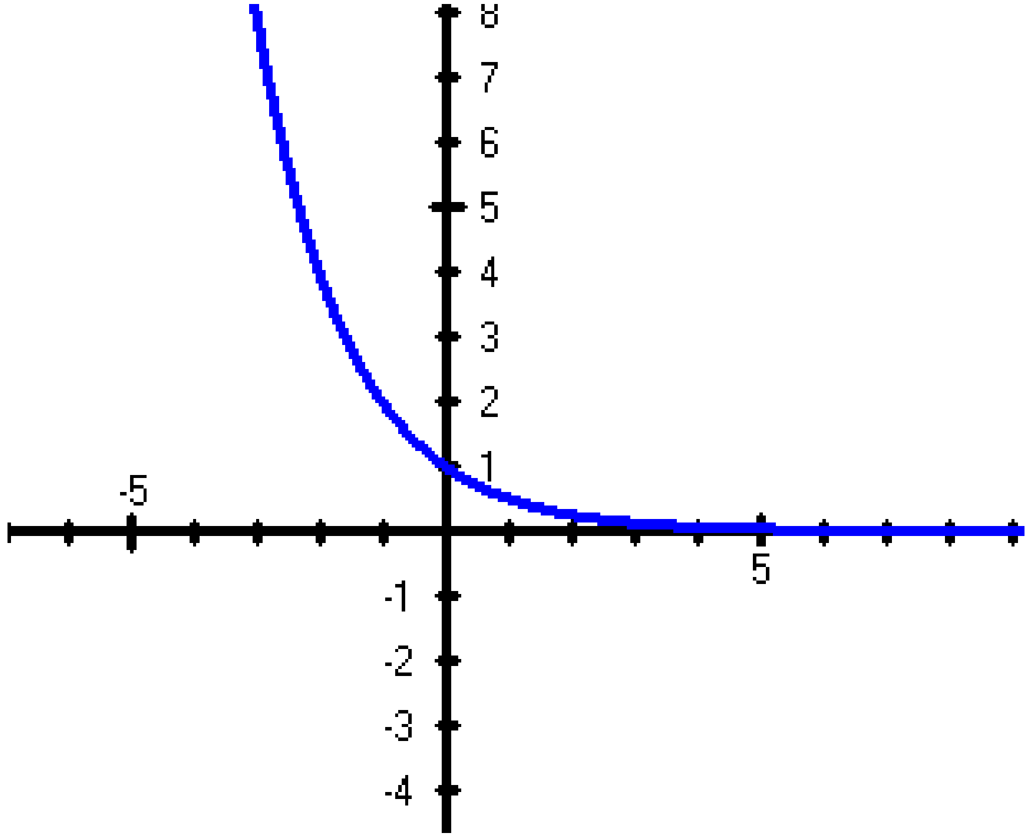
# Exponenciální funkce

Exponenciální funkce je taková funkce, která má neznámou na místě exponentu. Symbolický zápis by tedy vypadal takto: $f{:}y = a^x$, kde $a > 0$ a zároveň $a \neq 1$ (pokud by se $a$ mohlo rovnat jedné, vznikla by z toho konstantní funkce, protože i kdybychom umocňovali jedničku půl dne, pořád by nám vznikala pouze jednička).

Mimoto známe dva speciální druhy exponenciálních funkcí a sice Dekadickou - $f{:}y = 10^x$ a Přirozenou exponenciální funkci - $f{:}y = e^x$ (základ je Eulerovo číslo). Grafem exponenciální funkce je Exponenciální křivka. V zásadě známe dva druhy této křivky:




Toto je graf exponenciální funkce $f{:}y = 2^x$. Tento typ grafu platí pro všechny $a>1$, pro $a>0 \wedge a<1$ existuje jiný graf, který bude uveden za chvíli. Z tohoto grafu ale můžeme vyčíst jisté zákonitosti. Tak především exponenciální graf vždy prochází bodem o souřadnicích $[0,1]$, neboť cokoliv na nultou je jedna (samozřejmě platí pro jednoduché funkce, kde za výraz nepřičítáme nějaké další proměnné či výrazy). Dále je jasně vidět, že funkce je rostoucí, není ani sudá ani lichá, nemá minimum ani maximum a je omezená zdola.




Tento graf je určen exponenciální funkcí $f{:}y = \frac{1}{2}^{x}$ a tento typ grafu obecně platí pro $a>0 \wedge a<1$. I tento graf prochází bodem *[0,1]*, neboť opět cokoliv na nultou je prostě jedna. Funkce je to klesající, není ani sudá ani lichá, nemá minimum ani maximum a je omezená zdola. Rozdíl mezi prvním grafem a tímto druhým a je poměrně jasný - pokud trojku umocníte na druhou, vyjde vám číslo větší, konkrétně devítka. Čím větší číslo budete umocňovat, tím větší výsledek získáte (neplatí pro záporný exponent). Naopak pokud umocníte na druhou jednu polovinu, je jasné, že vám vznikne číslo menší. Proto je první graf rostoucí a tento druhý klesající.

# Logaritmické funkce

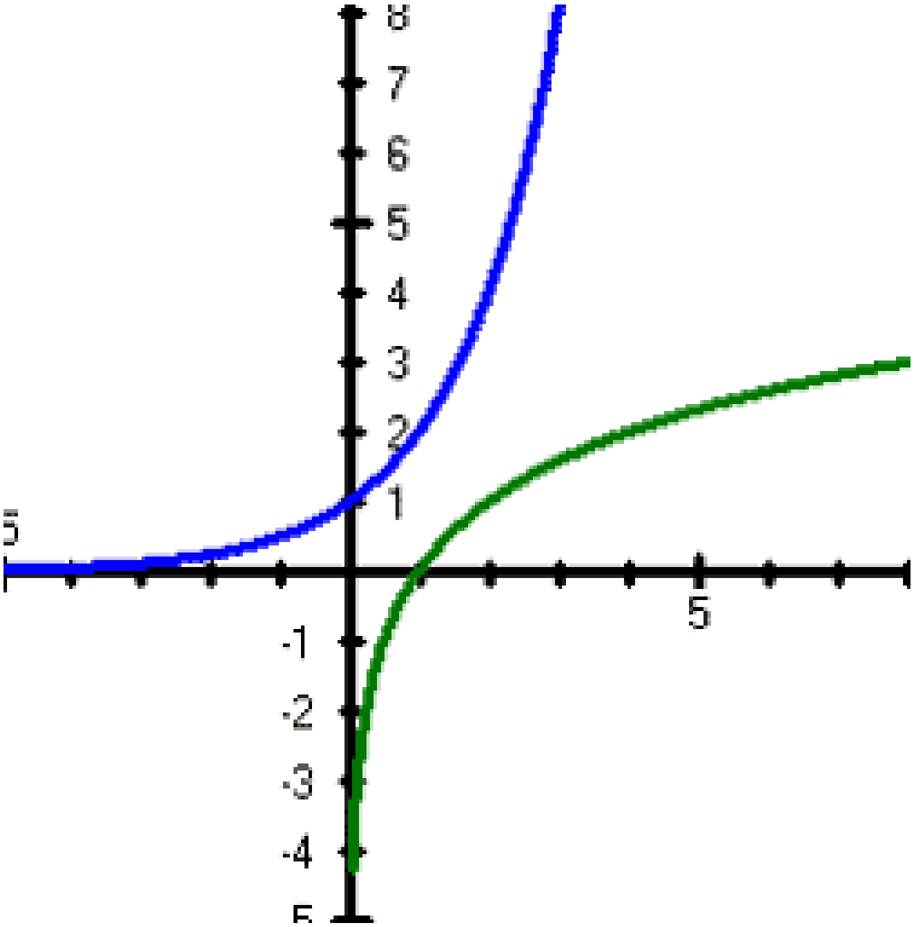
Objasnit pojem exponenciální funkce bylo nezbytně nutné hlavně proto, že logaritmická funkce je inverzní funkce právě k funkci exponenciální. Logaritmická funkce má o fous složitější předpis než předchozí exponenciální funkce: $f{:}y = \log_a x$, kde $a$ je základ logaritmu a $x$ je argument. Tento zápis čteme: „logaritmus čísla $x$ o základu $a$“.

| |
|---|
| Logaritmus je exponent, kterým když umocníme základ, získáme argument x. |

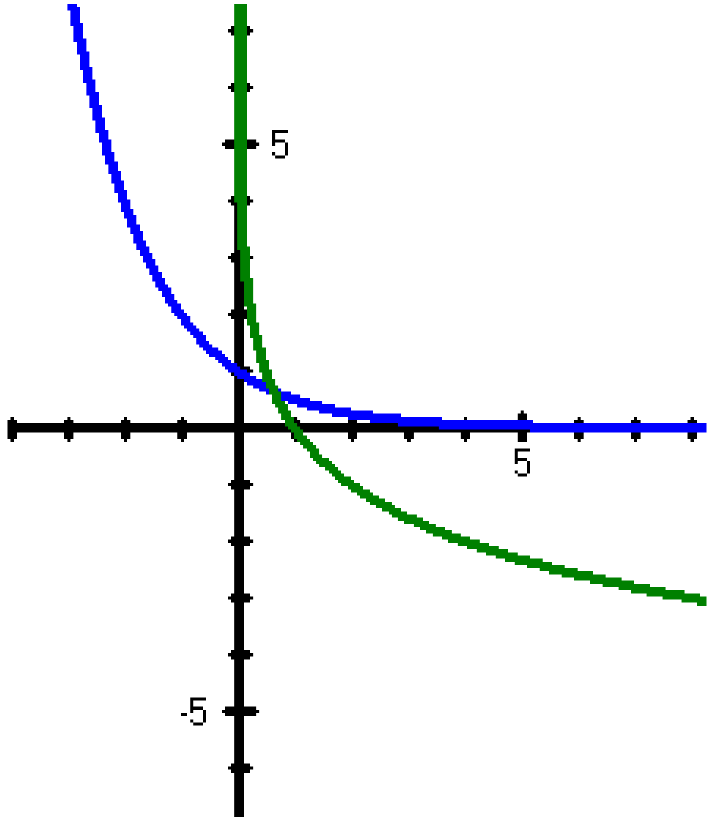
Z předchozí definice vyplývá, že zápis logaritmu můžeme také přepsat takto: $a^y = x$. Opět známe dva speciální druhy logaritmu. První je takzvaný dekadický logaritmus, je to takový logaritmus, který má za základ číslo deset. Místo běžného zápisu $\log_{10} x$ se poté používá prosté $\log x$. Kdykoliv tedy uvidíte takovýto logaritmus bez základu, vězte, že se jedná o dekadický logaritmus se základem deset. Druhý případ je přirozený logaritmus, který se namísto *log* značí *ln*. Tento logaritmus má zase za základ Eulerovo číslo, což je jedna ze základních matematických konstant jejíž přibližná hodnota je 2,71828. Více informací třebas na wiki.

# Grafy logaritmických funkcí

Jelikož je logaritmus inverzí k exponenciále, musí být jejich grafy taktéž inverzní, což se projevuje tím, že jsou osově souměrné podle osy první a třetího kvadrantu. Opět rozlišujeme, zda je základ *a* větší než jedna anebo je v intervalu nula až jedna, jako u exponenciální funkce.




Modrá křivka představuje původní exponenciální funkci $2^x$, zelená křivka je grafem logaritmické funkce $\log_2 x$. Jak je poměrně zřetelně vidět, obě křivky jsou osově souměrné podle osy první a třetí kvadrantu (tj. funkce $y = x$). Opět zde platí hezká zákonitost, že logaritmus jedné se vždy rovná nula (pouze pokud je exponent roven nula, je výsledek roven jedné - samozřejmě pokud není již základ roven jedné). Dále je tato funkce rostoucí, nemá maximum ani minimum a narozdíl od exponenciální funkce není omezená ani shora ani zdola.




Na tomto obrázku je naopak vidět graf logaritmické funkce při základu menším než jedna, konkrétně jedna polovina. Modrá křivka je opět původní exponenciální funkce, zelená je inverzí logaritmus. Na první pohled je vidět, že grafy jsou zase souměrné podle osy prvního a třetího kvadrantu, stejně jako v minulém případě. Funkce je tentokrát klesající, ale jinak opětně nemá minimum ani maximum a není omezená ani zdola ani shora. I tato křivka protíná osu x v bodě jedna, neboť stále platí, že pouze pokud je exponent nula, může se výsledek rovnat jedné.

Nesmíme ovšem zapomenout na věc nejdůležitější a tou je definiční obor. Logaritmické funkce nejsou definovány na celém oboru Reálných čísel, ale pouze na kladných číslech, což lze snadno vyčíst i z grafu.

## Věty o logaritmech

Stejně jako známe mnoho různých vzorců pro počítání s mocninami jako takovými, existuje i několik obecných vzorců pro počítání s logaritmy, které nám ulehčí život, pokud už někdy někde na nějaký ten logaritmus narazíme.

- $log_x (a \times b) = log_x a + log_x b$ (česky ta věta zní „Logaritmus součinu se rovná součtu logaritmů“)
- $log_x (a / b) = log_x a - log_x b$ („Logaritmus podílu se rovná rozdílu logaritmů“)
- $log_x a^b = b \times log_x a$