Algebraické výrazy

Algebraické výrazy: 3x, $5x^2$, -2, $\sqrt{x}$

V těchto zápisech se vyskytují čísla – **konstanty** a písmena **– proměnné.** Čísla, která můžeme dosadit za proměnnou, tvoří **obor proměnné**.

Mnohočlen – polynom:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

n je celé nezáporné číslo, a_n....a_0 jsou reálná čísla,
$a_k x_k$, jsou členy mnohočlenu $0 \le k \le n$

Mnohočlen může obsahovat i více než jednu proměnnou.

$$3x^2 y^3 + 2xy$$

Rozklad výrazů pomocí vzorců a vytýkání

Často se používá rozklad mnohočlenů na součin jednodušších činitelů. Ten provádíme **vytýkáním** nebo podle **vzorců**.

Vytýkání: $5x^3y^2 - 10x^2y = 5x^2y(xy - 2)$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$$

Příklady

$$16x^2 - 9y^2 = (4x)^2 - (3y)^2 = (4x+3y)(4x-3y)$$

$$2xy - ay + 8x - 4a = (2xy - ay) + (8x - 4a) = y(2x - a) + 4(2x - a) =$$
$$= (2x - a)(y + 4)$$

$$8y^3 - 1 = (2y)^3 - 1^3 = (2y-1)(4y^2 + 2y + 1)$$

Lomené výrazy

Lomené výrazy jsou zlomky, které ve jmenovateli nebo čitateli, popř. v obou současně obsahují znaky ve významu čísel.

Lomené výrazy: $\dfrac{3x}{5}$ $\quad \dfrac{x+2y}{xy}$ $\quad \dfrac{7a^2+5}{4x}$

Pravidla pro počítání s lomenými výrazy jsou stejná jako pro počítání se zlomky. Pozor na podmínky platnosti.

Příklady

$$\left[\frac{(x-y)^2}{x+y}\right]\times\left(-\frac{x+y}{x-y}\right)=-\frac{(x-y)\times(x-y)\times(x+y)}{(x+y)\times(x-y)}=-(x-y)=y-x$$

$$x\neq\pm y$$

$$\frac{a^2-ab}{ab-b^2}=\frac{a(a-b)}{b(a-b)}=\frac{a}{b} \qquad a\neq b \quad b\neq 0$$

$$\frac{9z^2-12z+4}{3z-2}=\frac{(3z-2)^2}{3z-2}=3z-2 \qquad z\neq\frac{2}{3}$$

Dělení mnohočlenu mnohočlenem

Při dělení mnohočlenu mnohočlenem postupujeme stejně jako při dělení přirozených čísel.

$$
\begin{array}{l}
(2x^3 - x^2 - 13x + 5) : (2x + 5) = x^2 - 3x + 1 \\
\underline{-(2x^3 + 5x^2)} \\
\qquad - 6x^2 - 13x \\
\quad \underline{-(- 6x^2 - 15x)} \\
\qquad\qquad\qquad 2x + 5 \\
\qquad\qquad\quad \underline{-(2x + 5)} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$$2x + 5 \neq 0$$

$$
\begin{array}{l}
(x^3 + 2x^2 - 2x - 1) : (x + 1) = x^2 + x - 3 \\
\underline{-(x^3 + x^2)} \\
\qquad x^2 - 2x \\
\quad \underline{-(x^2 + x)} \\
\qquad\quad -3x - 1 \\
\qquad \underline{-(-3x - 3)} \\
\qquad\qquad 2 \quad \text{zbytek}
\end{array}
$$

Výsledek tohoto příkladu můžeme zapsat také takto:

$$(x^3 + 2x^2 - 2x - 1) : (x + 1) = x^2 + x - 3 + \frac{2}{x+1}.$$

$$x + 1 \neq 0$$